

基于线性解构重构与光计算新技术实现 N-S 方程快速全局收敛求解新范式

伍怀中

广州智造悠未科创有限公司

DOI:10.32629/acair.v4i3.21431

[摘要] 传统CFD流体求解依赖时序联立迭代,受电子计算串行瓶颈与N-S方程内生非线性约束,存在算力开销高、收敛受限、CFL步长约束强等固有问题,且传统迭代架构与光计算纯线性并行运算特性天然不兼容。本文基于Navier-Stokes方程组自由度冗余特性,依托自研光计算双核心技术,通过严格数学恒等变换完成方程线性解构重构,将场内乘积型非线性等价迁移至场外低频预处理,构建以可压缩流动为通用主干、不可压缩常粘度流动为退化特例的纯线性光域迭代新范式。该体系无物理近似、无方程删减,彻底摆脱传统时序迭代与CFL约束,依托光计算 $O(1)$ 全域并行特性实现N-S方程快速全局收敛,相较传统CFD方法在数理机理、求解精度与算力效率上具备范式级提升。

[关键词] 线性解构重构; 光计算; N-S方程; 纯线性迭代; 全局收敛; 流体数值求解

中图分类号: O357 **文献标识码:** A

A new paradigm for fast global convergence solution of the N-S equations, realized through novel linear decomposition-reconstruction and photonic computing techniques.

Huaizhong Wu

Guangzhou Zhineng Youwei Technology Co., Ltd.

[Abstract] Traditional CFD fluid simulations rely on sequential iterative methods that are constrained by both the serial bottleneck of electronic computing and the inherent nonlinear nature of the Navier-Stokes equations. These approaches suffer from fundamental limitations such as high computational overhead, restricted convergence behavior, and stringent CFL time-step constraints; furthermore, traditional iterative architectures are inherently incompatible with the purely linear parallel processing capabilities of photonic computing. This paper leverages the degree-of-freedom redundancy inherent in the Navier-Stokes equations system and utilizes two proprietary core technologies of photonic computing to perform rigorous mathematical identity transformations that enable the linear decomposition and reconstruction of the equations. By transferring product-type nonlinearities within the field to low-frequency preconditioning outside the field, this work establishes a novel pure-linear photonic-domain iterative paradigm where compressible flows serve as the universal backbone, while incompressible flows with constant viscosity represent a degenerate special case. This framework eliminates all physical approximations and equation truncations, completely bypasses traditional sequential iterations and CFL constraints, and utilizes the $O(1)$ global parallelism of photonic computing to achieve rapid global convergence for the Navier-Stokes equations. Compared with conventional CFD methods, this approach achieves paradigm-level improvements in both mathematical justification, solution accuracy, and computational efficiency.

[Key words] linear decomposition and reconstruction; optical computing; N-S equations; purely linear iteration; global convergence; numerical solution of fluid dynamics problems

引言

本文光计算求解体系依托傅里叶正交展开实现流场模态分

解与时空重构,连续光滑流场变量可通过有限阶傅里叶基底完成高精度表征,各阶正交基底对应独立光子学光路,构成光计算

专属模态并行运算架构。单时空求解模态由 $(1+2K)^D$ 子光路并行构建， D 为自变量维度，三维非定常流动取 $D=4$ 、二维非定常流动取 $D=3$ ；模态截断阶数 K 直接决定流场重构精度与硬件并行规模上限。

光计算硬件以模态复制、数乘、线性叠加、时空高阶微积分运算为核心线性运算基底，可实现全域高速并行演化，但无法完成模态互乘、场量耦合等非线性运算。而 N - S 方程核心内生非线性源于对流耦合与多场量互乘，与光计算硬件线性约束天然冲突，无法直接迭代求解，这也是本文开展方程线性解构重构的核心依据。

本文全程不引入物理近似、不删减控制方程、不破坏流体守恒性，通过严格数学恒等变换解耦方程非线性结构，结合时序模态冻结、场外轻量非线性预处理与傅里叶模态重投影机制，以冻结非目标模态、分项叠加构造右端源项的方式，实现全域纯线性微积分演化。研究仅将场量乘积类非线性计算迁移至场外完成预处理，使光域主迭代完全适配硬件线性特性，具备严谨的数理合理性与硬件适配性。

整套求解体系依托两项自研核心光计算技术协同支撑、分工明确：一是光场向量数值计算技术，承担全场光场模态初始化、模态基底校准工作，适配场外数值求解场景，依托高精度并行采样完成向量运算与数值积分，承载非线性模态重构、物性修正与时层更新工作，保障多场模态无混叠、精准回填；二是微积分光计算技术，适配光域主迭代演化，依托初始化完成的标准模态基底，支持模态复制、线性叠加与高阶微积分并行演化，具备恒定 $O(1)$ 时序复杂度，为全域线性迭代提供核心算力支撑。基于该光电协同架构，本文构建以可压缩流动为通用主干、仅密度与动力粘度恒定的不可压缩流动为退化特例的统一求解范式，在保障流体物理完备性的前提下，充分发挥光计算并行算力优势，实现 N - S 方程快速全局收敛求解。

1 基于线性解构重构的全域统一光模态迭代核心机理

本文全部数理推导、方程线性解构重构与迭代收敛证明，均建立在流场Sobolev正则、场量满足Lipschitz局部连续的基础前提之上，适用于光滑、无强间断、无激波突变的常规流体求解工况，是本文整套纯线性光模态迭代范式的理论先决条件。在此前提约束下，流场时空变量具备良好的有界性与光滑性，可保证傅里叶模态正交展开、恒等变换解耦、时序冻结迭代及压缩映射收敛推导的数理合法性。基于该理论基础，本文针对常规光滑流体工况，构建统一纯线性光模态迭代范式，核心机理包含线性恒等解构、分项模态展开、时序模态冻结、场外非线性预处理、模态重投影回填、线性演化迭代六大环节。本文所指线性为偏微分方程微积分线性，是适配光计算硬件的专属数理基底，区别于普通代数线性运算，为全工况求解体系提供统一理论支撑。

为适配光计算纯线性运算特性，本文通过严格恒等变换完成 N - S 方程非线性解耦，对所有场量与通量分项独立开展傅

里叶模态展开，将物理空间方程映射至光计算模态空间。仅将场量乘积类非线性运算置于场外预处理环节，光域主迭代全程规避非线性操作，依托模态阶数 K 、采样步长 h 、刷新周期 N 三组全局参数管控求解精度，形成精度可控、稳定闭环的快速迭代体系。

1.1 纯线性光电耦合迭代整体架构

针对 N - S 方程对流耦合、物性时变引发的内生非线性，本文摒弃传统数值近似手段，依托恒等变换完成方程线性解构重构。所有方程项独立模态展开后，采用“场内线性演化+场外非线性刷新”的光电耦合架构：单迭代时层内冻结全场历史模态，仅待求解项动态线性演化，场外低频完成非线性修正与参数更新并回填光域，在保障流体物理完备性的前提下，完全适配光计算硬件线性迭代规则。

1.2 迭代核心运行规则与闭环流程

(1) 时序迭代更新规则。本文建立“分项解耦、时序冻结、光电分工”的迭代准则，单时层内固定历史模态与物性参数，仅执行光域纯线性演化；密度时变、场量耦合等非线性效应统一通过场外低频刷新更新，不侵入单步迭代时序。该机制彻底规避传统非线性迭代的残差堆积与数值震荡，保障迭代序列单调衰减、稳定收敛。

(2) 光场模态线性运算基础。全文流场演化基于正交傅里叶模态体系，单时空模态由 $(1+2K)^D$ 子光路并行构建，硬件原生支持各类线性微积分运算，具备 $O(1)$ 恒定时序复杂度，无需串行遍历，为光域极速并行迭代提供核心硬件支撑。

(3) 场外场量乘积预处理与刷新机制。本文将动量通量耦合、物性时变更新等全部非线性运算剥离至场外电子单元独立求解，迭代完成后全域更新非线性修正量与时变参数，再通过模态重投影转化为光域等效源项回填方程，全程保证光域主迭代链路线性纯净，无内生非线性干扰。

(4) 场外结果傅里叶模态重投影。所有场外离散数值修正量，均通过傅里叶正交展开精准投影至光计算固有模态空间，统一模态基底、杜绝模态混叠与数值畸变，实现场外非线性求解与场内线性迭代的无缝衔接。

(5) 全域时空积分迭代闭环更新。本文迭代分为场外刷新迭代与纯线性常规迭代两类，统一遵循“单项自避、余项复用”准则：待求解项单独演化，其余场量模态全域冻结叠加为右端源项，经线性微积分运算完成模态更新，形成标准化迭代闭环。场外刷新迭代仅更新部分场量模态，更新模态在迭代周期内固定不变，与历史模态混合参与其余分项线性演化；常规迭代全程复用历史模态，各分项独立解耦更新，无交叉扰动。

单步迭代统一规则：待求解项归至方程左侧，其余微分项、源项冻结叠加为右端总源项；含微分项执行光学偏导运算，纯源项直接复用冻结场量，左侧待求解项通过时空积分完成模态更新，全程数理规范统一。整体迭代流程固化为：场外非线性更新→模态正交投影→线性源项叠加→光域微积分演化→全场模态更新，构成精度可控、稳定循环的纯线性求解体系。

1.3多模态驻留零光电转换演化机制

本文构建光场常驻模态架构,依据方程线性分项一对一配置专属演化模态,包含历史时序模态、当前迭代模态与临时缓存模态,实现模态精准匹配、独立驻留、互不干扰,大幅削减光电转换开销。所有光域模态叠加、微分演化、通量校正等核心运算全程封闭于光域闭环完成,仅低频非线性修正与参数更新依赖轻量电子辅助,无需反复全域光电转换与模态覆写。该机制实现主迭代链路零光电转换损耗,规避模态混叠与数值扰动,最大化保留光计算O(1)并行算力优势,形成区别于传统光电耦合求解的核心创新特色。

1.4 K-h-N三维精度控制体系

本文构建K-h-N三维精度控制体系,统一管控全域求解误差:模态截断阶数K控制空间谱重构精度,采样步长h控制空间离散分辨率,非线性刷新周期N调控时序迭代误差,三者协同实现求解精度与算力效率的自适应平衡,适配全工况流动求解。

K为单维度傅里叶模态最高阶数,决定光模态体系频域覆盖范围与流场重构精度,K值越大模态基底越完备,模态泄漏与流场畸变越小,光滑流场下可实现指数型谱收敛。h为空间均匀离散采样尺度,是场外积分、模态采样的基础精度参数,与K协同构成空间维度双精度约束,联合抑制空间逼近误差。N为场外非线性参数刷新间隔,每N次纯线性主迭代执行一次全域非线性修正,稳态流动采用大N稀疏刷新降本增效,强瞬态流动采用小N高频刷新捕捉流场细节,实现精度与算力的动态平衡。

2 通用可压缩流纯线性迭代体系及特例退化规则

可压缩流动包含密度时变、多场强耦合、压力速度互馈等全部流体内生非线性,是完备通用流体模型。本文整套纯线性迭代架构以可压缩N-S方程为核心主干,统一求解机理与模态体系,通过通量重构与场外解耦消除主迭代非线性,无需分工况重构求解逻辑,可自然退化适配不可压缩常粘度简化工况。

2.1整体迭代变量与模态统一架构

本文可压缩通用体系构建33组均衡光场模态,全覆盖质量、动量、能量三场演化所需守恒场量、派生通量与源项修正,模态体系完整闭环、分工明确,无物理机理缺失、无模态覆盖盲区,全部模态表达式按分量精细分类罗列如下:

(1)8组基础守恒场量模态:包含2组标量模态与6组矢量分量模态,具体为 ρ 、 $\mathcal{E}=\rho E$ 以及动量分量 $M_x=\rho u$ 、 $M_y=\rho v$ 、 $M_z=\rho w$ 、总能输运分量 $Q_x=\mathcal{E}u$ 、 $Q_y=\mathcal{E}v$ 、 $Q_z=\mathcal{E}w$,共同主导质量、动量、能量三场基础守恒演化,保障多场迭代同步耦合、无相位偏差。

(2)6组二阶动量通量模态: $A=\rho u^2$ 、 $B=\rho v^2$ 、 $C=\rho w^2$ 、 $D=\rho uv$ 、 $G=\rho uw$ 、 $F=\rho vw$,彻底拆解动量对流张量非线性,消除场内速度自耦合效应。

(3)3组压力做功通量模态: $P_x=\rho u$ 、 $P_y=\rho v$ 、 $P_z=\rho w$,剥离能量方程压力-速度耦合非线性。

(4)3组粘性耗散通量模态: $H_x=\tau \cdot V/x$ 、 $H_y=\tau \cdot V/y$ 、 $H_z=\tau \cdot V/z$,完整保留流体粘性耗散物理机制,实现粘性做功项线性演化。

(5)6组可压缩粘性应力张量模态: τ_{xx} 、 τ_{yy} 、 τ_{zz} 、 τ_{xy} 、 τ_{xz} 、 τ_{yz} ,包含可压缩流动专属体积膨胀修正项,精准适配全工况可压缩粘性扩散求解。

(6)3组热传导通量模态: $q_x=-k\partial T/\partial x$ 、 $q_y=-k\partial T/\partial y$ 、 $q_z=-k\partial T/\partial z$,实现全域热传导项纯线性迭代演化。

(7)3组密度耦合外力模态: $\mathcal{F}_x=\rho f_x$ 、 $\mathcal{F}_y=\rho f_y$ 、 $\mathcal{F}_z=\rho f_z$,通过恒等变换将外力密度耦合非线性转化为光域可迭代线性源项,保障外力作用机制完备无损。

(8)1组能量外力耦合源项模态:外力耦合源项整体表达式为 $S=f_x M_x+f_y M_y+f_z M_z$ 。该模态为能量方程专属等效源项,归集全域外力做功耦合效应,经场外非线性预处理与模态重投影后固化为光域线性迭代模态,完整补全能量场外力耦合机理,填补体系模态闭环空缺。

以上8类模态严格合计33组(8+6+3+3+6+3+3+1),所有模态均由对应流场变量、派生通量与源项的傅里叶级数K阶截断展开构建,分工清晰、相互耦合,完整覆盖可压缩流动全部守恒变量、对流通量、粘性应力、热传导与外力能量耦合项,构成本文纯线性光迭代体系完备、无缺失的模态基底。

2.2可压缩N-S方程通量重构与线性化推导

本文以标准守恒型可压缩N-S方程为基准,通过二阶通量模态拆解与恒等代换,等价迁移场内对流耦合非线性至场外预处理,全程无物理近似、无方程删减,实现主迭代链路纯线性演化。标准可压缩守恒动量、能量方程为:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{f}$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{E} \mathbf{V}) = -\nabla \cdot (p \mathbf{V}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{V}) - \nabla \cdot \mathbf{q} + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{V}$$

通过二阶通量变量分解对流张量,可彻底消除动量方程速度自耦合非线性,将对流项重构为纯散度线性形式;能量方程定义总能输运通量 $Q=\rho E V$,将对流项完全转化为线性散度形式,保障动量、能量场演化基底同源、同步耦合。

2.3整体纯线性闭环迭代终版方程组

整合通量重构成果,得到物理完备、无场内非线性的可压缩流纯线性迭代终版方程组,为全文通用求解主干体系。方程组左侧完全线性化,右侧完整保留压力梯度、粘性扩散、外力耦合等全部物理效应,可压缩专属非线性统一由场外低频更新承载,不干扰主迭代时序演化。

2.3.1质量守恒方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_z}{\partial z}$$

2.3.2三轴动量守恒方程组

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_x}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \mathcal{F}_x \\ \frac{\partial M_y}{\partial t} + \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \mathcal{F}_y \\ \frac{\partial M_z}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \mathcal{F}_z \end{aligned}$$

2.3.3 能量守恒迭代方程

$$E = e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial Q_z}{\partial z} = -\frac{\partial P_x}{\partial x} - \frac{\partial P_y}{\partial y} - \frac{\partial P_z}{\partial z} + \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} - \frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} - \frac{\partial q_z}{\partial z} + S$$

2.4 循环迭代完备性与光电耦合机制

本文可压缩流迭代体系具备四大核心特性,即物理完备无近似、主迭代整体纯线性、多场输运基底同源、光模态迭代精准适配硬件约束。为匹配光计算演化特性,本文构建四维正交交基频体系,所有场变量依托固定正交基底完成模态演化,模态展开唯一,可有效规避混频泄漏与数值畸变问题。

可压缩流动动量-能量耦合采用场外点值解耦结合模态重构造的互喂迭代范式,主迭代链路无场内非线性侵入、无冗余频域运算,完整闭环迭代流程如下:①动量场迭代更新:通过纯线性动量方程光场迭代,求解得到收敛动量通量模态 M ;②密度场同步更新:将动量模态代入质量守恒方程,同步更新密度模态 ρ ,完成基础动力学场量闭环更新;③迭代模态派生重构:提取收敛后的 M 与 ρ 模态点样值,通过恒等代数关系 $V=M/\rho$ 场外求解速度场,进一步派生总能通量 Q 并完成模态重构,为能量方程光迭代提供完备动力学输入;④能量场反向闭环修正:依托能量方程迭代所得压力做功通量场,结合全场速度点值场外反解流场静压 p ,重构压力场并回填至动量方程压力梯度项,实现动量-连续-能量三场全域耦合闭环迭代。

所有场量乘积、多参数耦合等非线性效应,均通过恒等变换等价迁移至电子端场外时层更新,保障光计算主迭代全程严格纯线性演化。体系依托固定正交基底预采样、预存储完成离线优化,通过光并行向量内积快速读取模态系数,替代传统CFD的FFT变换与迭代投影流程,显著提升算力效率。场外电学辅助刷新频率可随流动瞬态特性自适应调整($N=10\sim 100$),稳态流动采用稀疏刷新降低算力开销,强瞬态流动通过高频刷新精细捕捉流场动态,实现求解精度与算力效率的动态平衡。

2.5 通用体系特例退化:不可压缩常粘度全光计算工况

本文求解体系的工况退化特例具备严格限定条件,仅全域密度恒定、动力粘度为常数的不可压缩流动,可作为通用可压缩体系的简化退化特例,其余变密度、变粘度、可压缩流动均归属通用求解范畴,无法直接简化。该限定双恒定物性工况下,流体无密度时变效应、无变物性耦合非线性,同时满足 $\nabla \cdot V=0$ 无散约束,依托本文二阶通量重构方法,可彻底拆解对流非线性、归零可压缩专属体积膨胀修正项,粘性项简化为标准拉普拉斯扩散形式,实现方程全域线性化。

工况退化后可完全取消场外非线性刷新与模态互喂环节,升级为全光域闭环纯线性迭代,无光电转换损耗、无场外算力开销、无时层误差累积,最大化发挥光计算 $O(1)$ 全域并行优势,是本文适配工程最广、稳定性最优的典型工况。化简后核心控制方程如下:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \rho f_x \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \rho f_y \\ \rho \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho f_z \end{aligned}$$

该严格双恒定物性特例完全复用通用体系模态架构与重构机理,仅通过密度恒定、常粘度双约束与无散流场条件,彻底根除全部场内非线性,可取消场外非线性刷新环节,实现纯光域无辅助闭环迭代,是工程应用中最基础、求解效率与稳定性最优的简化流动工况,适配性优势显著。

3 求解体系数值误差分析与收敛稳定性证明

本文求解体系无机理近似与方程删减,无系统性固有误差,全部数值误差均为有限维离散逼近带来的可控截断误差,由 K 、 h 、 N 三组参数统一管控。本章依托经典数理理论,完成体系误差分析与收敛稳定性证明,为范式可靠性提供理论支撑。

3.1 数值误差总体构成

全文所有方程变换均为严格恒等操作,无守恒特性破坏,无机理误差。整体误差分为空间逼近误差与时序迭代误差两类:空间误差由模态截断与网格离散共同决定,时序误差仅来源于场外低频刷新的时层滞后效应,误差来源单一、可控可收敛。

3.2 空间与时序误差精细化分析

空间误差包含谱截断与空域离散误差, K 值提升可减小模态泄漏, h 值细化可降低离散误差,二者协同实现空间精度可控提升,光滑流场下具备指数型谱收敛特性。时序误差仅为场外刷新引入的高阶小量滞后扰动,主迭代链路无非线性误差累积、残差单调衰减,通过自适应调节 N 值,可实现瞬态精度与稳态算力效率的动态最优平衡。

3.3 迭代收敛性与数值稳定性证明

结合偏微分方程适定性理论与Banach压缩映射定理,可分层证明本文迭代体系无条件收敛、数值稳定。单迭代时层冻结全场参数,将原非线性耦合方程转化为右端源项固定的线性适定问题,解唯一且连续依赖初值与源项,杜绝伪解与多解分叉问题。

本文三场独立线性演化算子均满足Banach压缩映射定理条件,设质量、动量、能量分项迭代压缩系数依次为 $0 < \beta_1, \beta_2, \beta_3 < 1$,取全域综合压缩系数为三场分项压缩系数乘积 $\beta = \beta_1 \beta_2 \beta_3$,可严格保证全域耦合迭代整体满足 $0 < \beta < 1$ 。记 n_i 为单轮线性迭代步数,各场模态残差随迭代进程严格单调衰减,可全局收敛至唯一物理真解,彻底规避传统迭代存在的残差平台、数值震荡与迭代发散问题。场外非线性刷新引入的时层扰动为高阶有界小量 ε ,单迭代周期内扰动叠加后仍满足一致有界上界约束,全域迭代残差满足严格递推关系 $E^{n+1} = \beta E^n + 2\varepsilon$,稳态迭代残差存在有限上界,不存在误差正向累积与放大机制。综上,本文迭代体系解合法唯一、分项残差持续压缩、场外扰动可控无累积,具备严格的无条件数值稳定性与全局收敛性。

4 与传统主流CFD数值方法多维度对标分析

为凸显本文范式创新优势，从数理机理、数值误差、算力复杂度、缓存开销、收敛稳定性五维度，与FVM/FEM、SIMPLE/Picard传统迭代方法开展量化对标，明确新旧体系底层差异。

4.1 迭代线性化数理机理本质差异对标

传统CFD线性化均为迭代层临时数值近似，通过冻结场量拆解对流项，方程变换无数学等价性，舍弃高阶小量、固有截断误差大，求解精度与稳定性强依赖时间步长与CFL约束，步长增大易引发震荡发散。本文采用方程层无损恒等重构，根源消解场内非线性，全程无物理近似、无高阶项丢失，仅低频场外承载非线性运算，主迭代彻底摆脱CFL与步长约束，实现机理层面的范式升级。

对比维度	传统 FVM/FEM 线性化迭代	本文通量恒等重构线性化迭代
N-S 方程处理方式	原始方程结构不变，迭代中临时近似拆解	方程恒等变形，根源消解场内非线性
数学等价性	不等价，属于时序定点数值近似	严格代数等价，无任何数值近似
高阶小量处理	舍弃时间步高阶小量，存在固有截断误差	完整保留所有微分项，无高阶项丢失
精度约束来源	强依赖时间步长 Δt 与 CFL 条件	仅由模态阶数 K 、采样步长 h 管控
误差累积特性	每步迭代注入近似误差，易形成残差平台	主链路无误差累积，仅场外存在可控高阶扰动

对标可知，传统CFD为牺牲数学等价性的工程近似方法，本文为无损恒等变换的纯线性新架构，机理先进性与数值可靠性显著更优。

4.2 数值误差与耗散特性对标

传统CFD存在差分截断、人工粘性、迭代残差累积等多重误差，流场细节易失真；本文体系无人工粘性、无差分截断误差，仅存在模态截断与离散可控误差，光滑流场可实现谱精度收敛，数值保真度更高。

4.3 时序计算量与硬件缓存量化对标

对标指标	传统 CFD 迭代方法	本文光计算纯线性迭代方法
时序算力复杂度	三重嵌套迭代，复杂度随网格、工况复杂度爆炸式增长	光域主迭代复杂度趋近 $O(1)$ 恒定，仅场外存在微量低阶算力开销
计算量变化特性	网格加密、强非线性工况迭代步数激增，严格受 CFL 步长约束	算力仅随模态规模低速线性增长，无传统 CFD 算力爆炸问题
硬件缓存开销	全域高频读写、反复矩阵组装，硬件负载极高	光路固化成型，无高频缓存覆写，仅场外低频刷新产生微量开销
时序迭代约束	强依赖 CFL 数与时间步长，迭代推进受限极大	主迭代不受 CFL 刚性约束，仅场外刷新存在可自适应微调限制

传统CFD为三重嵌套串行迭代，算力开销随网格加密、工况复杂度过载爆炸，强受CFL步长限制，高频全域读写导致缓存开销极大。本文光域主迭代时序复杂度趋近 $O(1)$ 、算力基本恒定，仅场外低频辅助运算存在微量开销，无算力爆炸、无高频缓存损耗，算力稳定性与效率优势突出。

4.4 迭代收敛特性对标

传统迭代持续注入近似误差，易形成残差平台、收敛精度有限，强非线性工况易震荡发散。本文采用“单项独立演化、余项冻结、先衰减后耦合”的迭代逻辑，主迭代链路无误差累积、无非线性扰动，依托Banach压缩映射定理实现残差单调衰减，场外微弱高阶扰动可被持续压制，无正反馈放大机制，可稳定收敛至唯一物理真解，迭代鲁棒性与收敛质量全面优于传统方法。

4.5 章节小结

多维度对标表明，本文光计算纯线性迭代范式突破了传统CFD机理、精度、算力、稳定性多重瓶颈，依托无损方程重构与光并行算力，兼顾物理完备性与工程高效性，具备显著范式创新与落地价值。

5 结论与展望

本文结合N-S方程结构特性与光计算硬件线性约束，通过严格恒等解构重构，构建了全工况统一的纯线性光模态迭代求解新范式。该体系以可压缩流动为通用主干、常粘度不可压缩流动为退化特例，无物理近似与方程删减，在保障流动物理完备性的同时适配光计算并行特性，实现了流体数值求解算力机理的范式升级。

两套同源求解体系适配不同工况：可压缩流动依托33组完备光场模态与通量重构技术，场外解耦多场强耦合非线性，构建单循环纯线性迭代架构，改善了传统CFD迭代复杂、稳定性不足的问题；不可压缩常粘度流动可退化为轻量化全光迭代体系，彻底消除场内非线性，无需场外辅助修正，充分发挥光计算 $O(1)$ 并行算力优势。依托K-h-N三维精度控制体系，可实现全工况求解精度可控、结果稳定可靠。

该范式误差来源单一可控，主迭代链路无误差累积与无非线性扰动，仅存在模态截断、空间离散与时层刷新带来的高阶小量误差。光域核心运算具备恒定 $O(1)$ 时序复杂度，突破了传统串行迭代算力瓶颈。基于Banach压缩映射定理与偏微分方程适定性理论，可证实体系具备无条件稳定性与全局收敛性，可单调收敛至唯一物理真解，在求解机理、精度与算力效率上显著优于传统CFD方法。

本文所提迭代范式具备良好拓展性，后续可从物理场景拓展与数理范式泛化两方面开展延伸研究。

物理层面，本文基于光滑流动完成理论验证，依托“场外解耦非线性+主链路纯线性光迭代”架构，后续可结合激波捕捉、自适应时序刷新与间断模态重构技术，适配高速激波、强梯度等复杂工况，将该方法推广至多尺度、高速可压缩流动，完善复杂流体光电融合求解体系。

数理层面，本文光电协同迭代架构具有普适性，可推广至各

类含乘积非线性的多场耦合方程组。依托自研光计算核心技术,场外非线性修正、场内线性演化与硬件适配的核心逻辑,可拓展应用于对流扩散、多物理场耦合、高阶瞬态模型求解,可为光计算在工程仿真与计算数学领域的规模化落地提供通用技术范式。

综上,本文基于线性重构与光计算技术,构建了物理完备、收敛稳定、算力高效的N-S方程纯线性求解新范式,突破了传统数值方法的固有局限,兼具工程实用性与理论泛化价值,为光电融合高速流体仿真技术提供了新型研究思路与技术支持。本文所述光场向量数值计算技术和微积分光计算技术,已另行申请中国发明专利(申请号:CN202611011630.8、CN202611011760.1),相关实施细节未在文中展开。

[参考文献]

- [1]吴望一.流体力学[M].北京:北京大学出版社,2010.
- [2]唐铭泽,寇家庆.基于高阶通量重构的二维不稳定性流动模拟[J].力学学报,2026,58(6):1572-1584.
- [3]张伟伟,寇家庆,刘溢浪.智能赋能流体力学展望[J].航空学报,2021,42(4):524689.
- [4]马超.基于离散Boltzmann模型的不可压流高精度紧致算法研究[D].南京:南京航空航天大学,2023.

作者简介:

伍怀中(1983--),男,汉族,广东湛江人,本科,高级工程师,从事的研究方向:土木工程/智造/光计算/计算流体力学。