

无人机吊挂载荷系统的轨迹跟踪模型预测控制

付晨龙 王沛展 戴荔 夏元清

北京理工大学自动化学院 北京 100081

DOI:10.12238/ast.v1i1.13707

[摘要] 针对多障碍物环境下四旋翼无人机吊挂载荷系统的避障轨迹跟踪控制问题, 该研究提出了一种基于模型预测控制(Model Predictive Control, MPC)的避障轨迹跟踪算法。该方法采用MINVO技术构建体积最小的外接多面体, 用于对障碍物进行紧凑建模, 并重构避障约束, 以提升避障效率和精度。针对空间约束等因素导致的参考轨迹不可达问题, 引入人工变量, 将轨迹规划与跟踪控制统一集成到一个优化框架中, 通过人工变量生成可跟踪的周期性参考轨迹, 从而提高系统的可达性和鲁棒性。在考虑状态约束、控制输入约束及避障约束的基础上, 构造了完整的MPC优化问题。最后, 通过仿真验证了所提算法在轨迹跟踪精度、载荷摆动抑制和避障性能方面的有效性。

[关键词] 无人机吊挂载荷系统; 模型预测控制; 轨迹跟踪; 避障

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

MPC-based trajectory tracking control for UAV slung-load system

Chenlong Fu, Peizhan Wang, Li Dai, Yuanqing Xia

School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 10008

[Abstract] To address the problem of obstacle-avoidance trajectory tracking control for a UAV slung-load system in environments containing multiple obstacles, this paper proposes a trajectory tracking algorithm based on Model Predictive Control (MPC). The proposed method utilizes the MINVO technique to construct minimum-volume enclosing polytopes for compact obstacle modeling, thereby reconstructing the obstacle avoidance constraints to enhance both efficiency and accuracy. To tackle the issue of unreachable reference trajectories caused by spatial constraints, artificial variables are introduced to integrate trajectory planning and tracking control into a unified optimization framework. These artificial variables enable the generation of trackable periodic reference trajectories, thereby improving system feasibility and robustness. Based on state constraints, control input constraints, and obstacle avoidance constraints, a complete MPC optimization problem is formulated. Finally, simulation results validate the effectiveness of the proposed algorithm in terms of trajectory tracking accuracy, payload swing suppression, and obstacle avoidance performance.

[Key words] UAV slung-load system; Model predictive control; Trajectory tracking; Collision avoidance

1 概述

随着科技的快速发展, 无人机凭借其无人操作、体积小、机动性强以及可搭载多种负载的特点, 在多个领域得到了广泛应用, 包括航拍^[1]、精准农业^[2]、物资运输^[3]以及灾害救援^[4]等。尤其在一些人力难以到达或存在危险的环境中, 无人机展现出极高的应用价值。在无人机的众多应用中, 通过缆绳或轻杆悬挂载荷的运输方式逐渐成为研究热点, 这种系统被称为无人机吊挂载荷系统。相比将载荷固定于机体上的方式^[5], 吊挂方式在实际操作中具有更大的灵活性与适应性, 尤其适用于地形复杂、无法降落的区域。在无人机吊挂载荷系统中, 四旋翼无人机由于具备垂直起降、悬停与高机动性等优点, 成为最常用的飞行平台。相比于固定翼和扑翼无人

机, 四旋翼的操控方式更简单、飞行稳定性更高, 并且结构紧凑, 便于开展实验研究与实际部署。但与此同时, 吊挂载荷系统的控制任务也更加复杂, 涉及到无人机本体与悬挂物体之间的动力学耦合问题, 载荷的摆动对飞行稳定性和路径精度提出了更高要求。因此, 构建一个能够实现高精度轨迹跟踪和动态避障的统一控制框架, 成为当前该系统研究的关键方向。

轨迹跟踪作为四旋翼吊挂载荷系统的核心控制目标, 直接关系到无人机能否安全、准确地执行任务。目前已提出多种控制策略, 如传统的比例-积分-微分(Proportion Integration Differentiation, PID)控制、滑模控制^[6]、反步控制^[7]以及自适应控制^[8]等, 均在一定程度上提高了系统的跟踪性能。然而,

这些方法在处理系统非线性、系统约束、强耦合以及外界扰动时，存在稳定性与适应性的不足。近年来，模型预测控制 (Model Predictive Control, MPC)^[9] 因其良好的约束处理能力和优化性能，逐渐被应用于轨迹跟踪任务中，并在复杂控制系统中展现出出色潜力。

在四旋翼无人机吊挂载荷系统的轨迹跟踪控制过程中，除应关注系统的轨迹跟踪精度外，还需充分考虑系统所受的各种约束条件，如输入饱和、速度限制及系统动力学约束等。在此背景下，MPC 因其能够在每个采样时刻在线求解带有约束的有限时域优化问题，并仅施加优化解中的第一个控制量到系统上，从而具备天然的处理控制约束与状态约束的能力，成为该类系统控制策略的有力候选方法。文献^[10]提出了一种基于 MPC 的控制策略，在设计中引入了对载荷摆动角度与四旋翼位置的约束，从而实现了快速且稳定的轨迹跟踪，并有效抑制了载荷的晃动。然而，该方法未涵盖对四旋翼输入及速度约束的考虑，存在约束建模不完善的问题。在四旋翼吊挂载荷系统的实际控制设计中，应尽可能全面地引入所有相关的系统约束，以提高算法的适应性与实用性。

为保障系统在实际飞行任务中，尤其是在复杂障碍物环境下的运行安全，还必须在 MPC 框架中引入避障机制。最常用的障碍建模方法为轨迹离散化，即将障碍物的预测轨迹通过若干离散点加以表达。然而，该方法存在两个显著缺陷：若离散点间隔过大，无法保证在相邻离散点之间的路径是否发生碰撞；若间隔过小，又将导致优化问题的计算负担急剧上升。为解决这一问题，研究者提出了构造“安全走廊”方法，如利用 B 样条^[11]或 Bernstein 基函数^[12]，通过包络障碍物预测轨迹生成外接多面体，从而形成障碍区域集合。然而，该类方法生成的多面体往往体积较大，造成 MPC 算法在避障过程中的保守性增强甚至无法生成可行路径。为克服上述问题，本文采用近年来提出的 MINVO 方法^[13-14]，通过 MINVO 基函数对障碍物预测轨迹进行紧凑包络，构建最小体积的不可达障碍物集合，并将其纳入 MPC 优化问题中的避障约束项，从而在保证系统安全的同时显著降低计算复杂度与保守性。

此外，多数现有研究普遍假设参考轨迹为可达。然而，在四旋翼无人机吊挂载荷系统中，由于系统在空间、速度及力矩方面受到严格约束，预设的参考轨迹往往并不总是可达的。为实现系统对不可达轨迹的有效跟踪，必须重新生成一条兼顾约束条件的可跟踪参考轨迹。针对该问题，文献^[15]提出引入人工松弛变量的 MPC 方法，以逼近原始不可达周期轨迹，并确保所有状态与控制约束得以满足；后续文献^[16]进一步在非线框下推广该方法，提出一种最小跟踪代价的定点跟踪策略，并给出了系统稳定性分析。在此基础上，本文进一步扩展该思路，将轨迹规划与轨迹跟踪控制统一至

同一 MPC 优化框架之中。在处理周期参考轨迹不可达的问题时，引入控制输入相关的松弛变量，使系统在每个采样时刻通过求解一体化优化问题，获得相对于原始参考轨迹的最优可达轨迹序列及对应的控制输入序列，从而在不依赖预设可达轨迹的前提下实现闭环跟踪控制。

综上所述，本文面向多障碍物环境下的四旋翼无人机吊挂载荷系统，提出一种兼顾轨迹不可达性与避障需求的轨迹跟踪模型预测控制方法。主要研究内容与创新点包括：

1) 全面建模系统在轨迹跟踪过程中所需满足的多种约束条件，包括输入约束、速度约束、障碍物约束、模型动力学约束、周期性约束、初始状态约束及终端状态约束等；

2) 针对传统离散化建模方法存在的计算负担重与保守性强的问题，提出采用 MINVO 基函数构建最小体积障碍物外接多面体，并在每个采样时刻将障碍物分割平面作为优化问题的决策变量，从而获得新的、更加高效且准确的避障约束；

3) 针对周期性参考轨迹在空间与速度约束下可能不可达的现实问题，引入人工变量以生成可跟踪的周期轨迹，并将轨迹规划与跟踪控制融合为统一优化问题，实现轨迹跟踪的自适应调节与高效避障。

2 模型建立与问题描述

2.1 四旋翼无人机吊挂载荷系统的动力学模型

本文所考虑的单四旋翼无人机吊挂载荷系统如图 1 所示，该系统由一个四旋翼无人机、一根绳索和一个球形载荷组成。

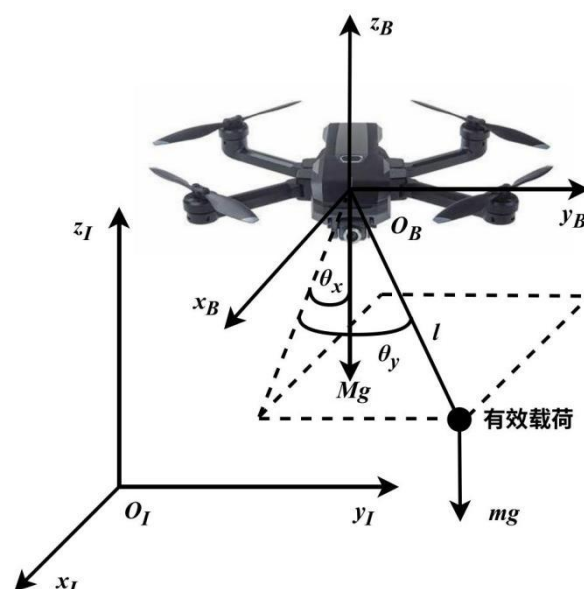


图 1 四旋翼无人机吊挂载荷系统图

在该图中， M, m, l, g 分别表示四旋翼无人机的质量、载荷质量、绳索长度和重力加速度。全球惯性参考系为 $I = [x_I, y_I, z_I] \in SO(3)$ ，而机体固定参考系为 $B = [x_B, y_B, z_B] \in$

SO(3)。在全球惯性参考系 I 中，四旋翼无人机的三维位置可以表示为 $\xi = [x_\xi, y_\xi, z_\xi]^T \in \mathbb{R}^3$ ，其三维姿态可以表示为 $\eta = [\phi, \theta, \psi]^T \in \mathbb{R}^3$ 。其中， ϕ 为绕 x_I 轴旋转的滚转角， θ 为绕 y_I 轴旋转的俯仰角， ψ 为绕 z_I 轴旋转的偏航角。在机体固定参考系 B 中，四旋翼无人机的三维角速度可以表示为 $\omega = [\omega_\phi, \omega_\theta, \omega_\psi]^T = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \in \mathbb{R}^3$ ，其中 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 分别为绕 x_B, y_B, z_B 轴旋转的角速度。从参考系 B 到参考系 I 的旋转变换矩阵 R 如式(1)所示：

$$R = \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta & C_\psi S_\theta S_\phi - S_\psi C_\phi & C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\phi \\ S_\psi C_\theta & S_\psi S_\theta S_\phi + C_\psi C_\phi & S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi \\ -S_\theta & C_\theta S_\phi & C_\theta C_\phi \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中， $C_\cdot = \cos(\cdot)$ ， $S_\cdot = \sin(\cdot)$ 。

假设 1：在四旋翼无人机吊挂载荷系统的建模过程中，需要做出以下假设：

1. 四旋翼无人机是一个对称刚体，结构对称，且质量分布均匀，质心在自身的几何中心，且在飞行过程中，其发生的形变忽略不计；
2. 四旋翼无人机的 4 个电机所处位置为质心的所在水平面；
3. 系统中绳索为定长绳索，球形载荷具有恒定均匀质量；
4. 重力加速度 g 保持不变。

通过应用欧拉-拉格朗日方程，可系统性地推导出单机吊挂载荷系统的动力学方程^[17]：

$$M_c(q)\ddot{q} + V_c(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = u, \quad (2a)$$

$$\dot{R} = R \omega^\times, \quad (2b)$$

$$J\dot{\omega} + \omega^\times J\omega = \tau, \quad (2c)$$

其中，方程(2a)表示系统的外环动力学，包括四旋翼无人机的平移运动和载荷的摆动。方程(2b)和(2c)则涉及系统的内环动力学，描述四旋翼无人机的旋转运动，其中算子 $\omega^\times$ 表示反对称矩阵运算符，定义如文献^[18]所述，表示为

$$\omega^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

对于系统外环动力学(2a)^[17]， $q(t) \in \mathbb{R}^5$ 表示状态向量， $M_c(q), V_c(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ ，以及 $G(q), u \in \mathbb{R}^5$ 分别表示惯性矩阵、离心-科里奥利矩阵、重力向量和作用于外环系统的合力。这些变量的具体表达式如下所示：

$$q = [\xi^T, \theta_x, \theta_y]^T = [x_\xi, y_\xi, z_\xi, \theta_x, \theta_y]^T, \quad (4)$$

其中， $\theta_x, \theta_y \in \mathbb{R}$ 是吊挂载荷的两个摆动角，如图 2 所示。

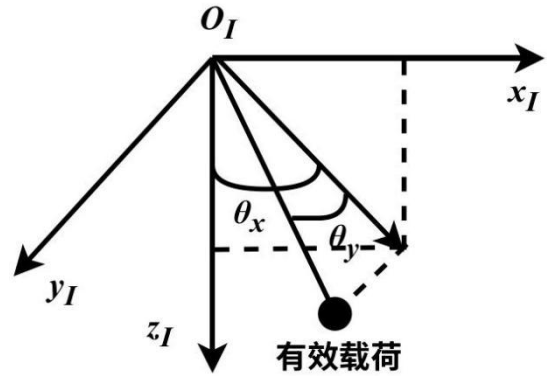


图 2: 载荷摆动角描述图

惯性矩阵 M_c 可以表示为

$$M_c = \begin{bmatrix} m_{c11} & 0 & 0 & m_{c14} & m_{c15} \\ 0 & m_{c22} & 0 & 0 & m_{c25} \\ 0 & 0 & m_{c33} & m_{c34} & m_{c35} \\ m_{c41} & 0 & m_{c43} & m_{c44} & 0 \\ m_{c51} & m_{c52} & m_{c53} & 0 & m_{c55} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中，

$$\begin{cases} m_{c11} = m_{c22} = m_{c33} = M + m \\ m_{c14} = m_{c41} = ml C_{\theta_x} C_{\theta_y} \\ m_{c15} = m_{c51} = -ml S_{\theta_x} S_{\theta_y} \\ m_{c25} = m_{c52} = ml C_{\theta_y} \\ m_{c34} = m_{c43} = ml S_{\theta_x} C_{\theta_y} \\ m_{c35} = m_{c53} = ml C_{\theta_x} S_{\theta_y} \\ m_{c44} = ml^2 C_{\theta_y}^2 \\ m_{c55} = ml^2. \end{cases} \quad (6)$$

离心-科里奥利矩阵 V_c 可以表示为

$$V_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & V_{c14} & V_{c15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_{c25} \\ 0 & 0 & 0 & V_{c34} & V_{c35} \\ 0 & 0 & 0 & V_{c44} & V_{c45} \\ 0 & 0 & 0 & V_{c54} & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中，

$$\begin{cases} V_{c14} = -ml \dot{\theta}_x S_{\theta_x} C_{\theta_y} - ml \dot{\theta}_y C_{\theta_x} S_{\theta_y} \\ V_{c15} = -ml \dot{\theta}_x C_{\theta_x} S_{\theta_y} - ml \dot{\theta}_y S_{\theta_x} C_{\theta_y} \\ V_{c25} = -ml \dot{\theta}_y S_{\theta_y} \\ V_{c34} = ml \dot{\theta}_x C_{\theta_x} C_{\theta_y} - ml \dot{\theta}_y S_{\theta_x} S_{\theta_y} \\ V_{c35} = -ml \dot{\theta}_x S_{\theta_x} S_{\theta_y} + ml \dot{\theta}_y C_{\theta_x} C_{\theta_y} \\ V_{c44} = -ml^2 \dot{\theta}_y C_{\theta_y} S_{\theta_y} \\ V_{c45} = -ml^2 \dot{\theta}_x C_{\theta_y} S_{\theta_y} \\ V_{c54} = ml^2 \dot{\theta}_x C_{\theta_y} S_{\theta_y}. \end{cases} \quad (8)$$

重力向量 G 和合力 u 可以表示为

$$G = [0, 0, 0, mglS_{\theta_x} C_{\theta_y}, mglC_{\theta_x} S_{\theta_y}]^T, \quad (9)$$

$$u = [(fRe_3 - (M + m)ge_3)^T, 0, 0]^T, \quad (10)$$

其中, $e_3 = [0, 0, 1]^T$, $f \in \mathbb{R}$ 表示作用于系统的推力。

此外, 对于系统内环动力学方程(2c), $J \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 和 $\tau \in \mathbb{R}^3$ 分别表示四旋翼无人机在参考系 B 中的转动惯量矩阵和扭矩向量。变量 f 和 τ 是整个系统的控制输入。

2.2 问题描述

基于第 2.1 节所建立的四旋翼无人机吊挂载荷系统的动力学模型, 若忽略系统内外部扰动影响, 该系统的外环动力学可由式(11)描述:

$$M_c(q)\ddot{q} + V_c(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = u, \quad (11)$$

其中, $M_c(q)$ 为惯性矩阵, $V_c(q, \dot{q})$ 表示离心-科里奥利矩阵, $G(q)$ 表示重力向量, $q \in \mathbb{R}^5$ 是状态向量, $u \in \mathbb{R}^5$ 为控制输入。

令系统状态向量 $x = (x_1^T, x_2^T)^T = (q^T, \dot{q}^T)^T \in \mathbb{R}^{10}$, 则无扰条件下系统的外环动力学可以重新表述为如下状态空间形式:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ &= \begin{bmatrix} x_2 \\ M_c^{-1}(x_1)[u - V_c(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)] \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (12)$$

在实际控制中, 系统需满足一系列物理约束。首先, 为确保飞行安全及避免失控, 四旋翼无人机的速度需满足以下速度约束:

$$x \in \mathbb{X} = \{x \in \mathbb{R}^{10} : \|x_2\| \leq \bar{x}\}, \quad (13)$$

其中, $\bar{x} > 0$ 表示无人机所允许的最大飞行速度。

其次, 由于电机输出力矩存在物理上限, 系统的控制输入 (尤其是升力) 亦受到限制, 其约束表达如下:

$$u \in \mathbb{U} = \{u \in \mathbb{R}^5 : \|u + [0, 0, (M + m)g, 0, 0]^T\| \leq \bar{u}\}, \quad (14)$$

其中 $\bar{u} > 0$ 为系统可承受的最大总升力, M 和 m 分别表示四旋翼平台和载荷的质量。

四旋翼无人机吊挂载荷系统除了受到上述速度约束和输入约束的限制外, 还会受到避障约束的限制。假定在飞行区域内, 共存在 n 个障碍物, 包括静态和动态障碍物。设 j 为相应障碍物的下标, 并有 $j \in \mathbb{O} = \{1, 2, \dots, n\}$ 。考虑四旋翼无人机的安全性, 为了避免与这些障碍物发生碰撞, 无人机必须与它们保持安全距离, 满足以下条件:

$$\|\xi(t) - p_j^{\text{real}}(t)\| \geq d, j \in \mathbb{O}, \quad (15)$$

其中, $\xi(t)$ 为四旋翼平台的位置, $p_j^{\text{real}}(t)$ 表示障碍物 j 在时间 t 的实际位置, d 表示最小安全距离, 且满足 $d > 0$ 。需要指出的是, 在实际应用中障碍物的预测轨迹往往存在不确定性, 预测位置与真实位置之间可能存在误差。此外, 当采用轨迹离散化方法处理障碍物信息时, 若采样间隔设置不当 (例如过大), 可能导致相邻离散点间发生碰撞的风险。因此, 为提升避障约束的准确性与鲁棒性, 本文将在第 3.1

节中设计更加精细化的避障建模与处理方法。

本文的控制目标是在上述约束条件下, 使四旋翼无人机能够在多障碍物环境中跟踪一条预定义的周期性参考轨迹, 并有效应对由于空间或动力学约束导致的参考轨迹不可达问题。为实现该目标, 本文采用 MPC 框架进行轨迹跟踪控制器设计, 相关方案将在第 3.2 节中详细介绍。

3 四旋翼无人机吊挂载荷系统的避障轨迹跟踪模型预测控制

3.1 避障约束处理

由于动态障碍物的实际位置通常难以精确获取, 式(15)所表示的避障条件难以直接纳入 MPC 优化问题中作为避障约束。为实现有效避障并同时降低轨迹离散化带来的计算负担, 本节采用 MINVO 法。该方法能够基于动态障碍物的预测轨迹, 构造包络整条轨迹曲线的最小体积凸多面体, 从而形成紧致的障碍物集合。该集合可直接引入 MPC 优化问题中, 作为障碍物的紧约束表示, 在确保飞行安全性的同时有效提升计算效率与避障约束的紧致性。

设参考轨迹的周期为 $T = N\delta$, 其中 δ 为时间间隔。则障碍物 $j(j \in \mathbb{O})$ 在时间周期 T 内的预测轨迹 $p_j(t)$ 可以表示为:

$$p_j(t) = \begin{cases} p_j(t + \tau_0|t), & \tau_0 \in [0, \delta] \\ p_j(t + \tau_1|t), & \tau_1 \in [\delta, 2\delta] \\ \vdots & \vdots \\ p_j(t + \tau_{N-1}|t), & \tau_{N-1} \in [(N-1)\delta, N\delta] \end{cases} \quad (16)$$

其中, $\tau_i \in [i\delta, (i+1)\delta]$, $i \in \mathbb{I} = \{0, 1, \dots, N-1\}$, 在时间 t 时, 障碍物 j 的 τ_i 步预测位置 $p_j(t + \tau_i|t)$ 可以表示为:

$$\begin{aligned} p_j(t + \tau_i|t) &= \begin{bmatrix} x_j(t + \tau_i|t) \\ y_j(t + \tau_i|t) \\ z_j(t + \tau_i|t) \end{bmatrix} \\ &= P_j(t + \tau_i|t) \begin{bmatrix} \tau^s & \tau^{s-1} & \dots & \tau & 1 \end{bmatrix}^T, \end{aligned} \quad (17)$$

其中, $\tau = t + \tau_i$, s 表示运动空间的维度。障碍物的预测轨迹建模为一条 s 阶多项式曲线, 其系数矩阵表示为 $P_j(t + \tau_i|t) \in \mathbb{R}^{3 \times (s+1)}$, 对应的轨迹点为 $p_j(t + \tau_i|t)$ 。若障碍物 j 为静态障碍物, 则其位置为常量 $p_j = [x_j, y_j, z_j]^T$, 此时轨迹简化为常值函数, 即 $p_j(t + \tau_i|t) = p_j$, 对应的系数矩阵为 $P_j(t + \tau_i|t) = [0_{3 \times s}, p_j]$ 。对动态障碍物预测轨迹 $p_j(t + \tau_i|t)$ 可通过已有的轨迹预测方法获得, 如文献^[19,20]所示。

设 $p_j^{\text{real}}(t + \tau_i)$ 表示障碍物 j 在未来时刻 $t + \tau_i$ 的真实位置, 基于如下假设对其进行建模:

假设 2: 障碍物 j 在时刻 $t + \tau_i$ 的实际位置 $p_j^{\text{real}}(t + \tau_i)$ 满足以下约束:

$$p_j^{\text{real}}(t + \tau_i) \in \text{conv}\{B_j \oplus p_j(t + \tau_i|t)\}. \quad (18)$$

其中 conv 表示凸包操作, $\oplus$ 表示 Minkowski 和。

在上述假设中, B_j 表示一个围绕预测轨迹的膨胀壳体,

其计算公式为：

$$B_j = 2(\alpha_j + \beta_j + D), \quad (19)$$

其中 $\alpha_j \in \mathbb{R}^3$ 表示预测轨迹偏差， $\beta_j \in \mathbb{R}^3$ 表示障碍物的实际几何尺寸， $D = [d, d, d]^T \in \mathbb{R}^3$ 为预设的安全距离。上述参数均假定为已知。

基于假设2，可以获得对障碍物实际轨迹的外接多面体近似表示。给定预测轨迹 $p_j(t + \tau_i|t)$ 后，常用的外接多面体构造方法包括 B 样条基与 Bernstein 基。这些方法能够生成包络整条轨迹的外部多面体，从而用于构造避障约束。然而，这些基函数生成的多面体通常并不具有最小体积，从而可能引入一定的保守性，影响避障性能。为减少保守性并提高避障效率，本节采用最新提出的 MINVO 方法。MINVO 基函数能够生成具有最小体积的外接多面体，从而更紧凑地包围

$$M(t_0, t_f) = \begin{bmatrix} \frac{(t_f - t_0)^3}{8} & \frac{3(t_f - t_0)^2}{4} \left(\frac{t_0 + t_f}{2} \right) & \frac{3(t_f - t_0)}{2} \left(\frac{t_0 + t_f}{2} \right)^2 & \left(\frac{t_0 + t_f}{2} \right)^3 \\ 0 & \frac{(t_f - t_0)^2}{4} & (t_f - t_0) \left(\frac{t_0 + t_f}{2} \right) & \left(\frac{t_0 + t_f}{2} \right)^2 \\ 0 & 0 & \frac{(t_f - t_0)}{2} & \frac{t_0 + t_f}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

由此可得，障碍物的预测轨迹点 $q_j(t + \tau_i|t)$ 满足如下关系：

$$q_j(t + \tau_i|t) \in \text{conv}\{V_j(t + \tau_i|t)\}, \quad (22)$$

其中， $V_j(t + \tau_i|t)$ 表示基于 MINVO 方法构建的最小体积外包多面体的顶点集合。基于上述关系，并结合方程(19)中对膨胀壳体的定义，进一步引入一个新的集合 $O_j(t + \tau_i|t)$ 用于刻画障碍物的时空可达区域。该集合定义为对 $V_j(t + \tau_i|t)$ 进行膨胀操作后的结果，表示在安全裕度下障碍物可能出现的位置。其具体构造方式如下所示：

$$O_j(t + \tau_i|t) = \text{conv}\{B_j \oplus V_j(t + \tau_i|t)\}. \quad (23)$$

该定义确保集合 $O_j(t + \tau_i|t)$ 能够有效地表征障碍物在预测时间区间内的可能运动范围。通过在最小体积外包多面体基础上施加适当的膨胀操作，该集合提供了一个在安全裕度下对障碍物动态行为的外部逼近，从而为后续的避障约束构造奠定了可靠的几何基础。

基于上述理论，为实现避障控制，只需确保四旋翼无人机在预测时刻的位置 $\xi(t + \tau_i|t)$ 不属于障碍物集合，即 $\xi(t + \tau_i|t) \notin O_j(t + \tau_i|t)$ ，便可避免与障碍物 j 发生碰撞。然而，为进一步增强系统的鲁棒性并确保操作的安全性，引入一个最小安全距离 d 是必要的。为此，可通过构造一组分离平面 $\pi(t + \tau_i|t)$ ，使得无人机位置 $\xi(t + \tau_i|t)$ 与障碍物集合 $O_j(t + \tau_i|t)$ 之间在欧几里得意义下保持不小于 d 的距离。设 $n_j(t + \tau_i|t)$ 为该分离平面 $\pi(t + \tau_i|t)$ 的法向量，则对任意 $i \in \mathbb{I}$ 、 $j \in \mathbb{O}$ ，无碰撞约束不等式(15)可等效重构为以下形式^[21]：

给定的 s 阶多项式轨迹 $p_j(t + \tau_i|t)$ 。设 $V_j(t + \tau_i|t)$ 表示时间区间 $[t + i\delta, t + (i+1)\delta]$ 内包络障碍物预测轨迹的最小体积外包多面体，其顶点集合可通过如下方法获得：

$$V_j(t + \tau_i|t) = P_j(t + \tau_i|t)A^{-1}(t + \tau_i|t), \quad (20)$$

其中， $P_j(t + \tau_i|t)$ 表示障碍物预测轨迹的多项式系数矩阵， $A(t + \tau_i|t)$ 为已知变换矩阵，其具体形式可参考文献^[13]中的表3。与文献^[4]所采用的固定变换矩阵不同，本节所使用的矩阵 $A(t + \tau_i|t)$ 定义为 $A(t + \tau_i|t) = AM^{-1}(t + i\delta, t + (i+1)\delta)$ ，它是一个显式依赖于当前时刻 t 及时间步长 δ 的时变矩阵。因此，该矩阵不仅反映了多项式曲线阶数 s ，同时也体现了在滑动时间窗内轨迹段的局部时域特性。特别地，对于三阶多项式轨迹（即 $s = 3$ ）的情况，矩阵 $A(t + \tau_i|t)$ 的具体构造方式如下：

$$n_j^T(t + \tau_i|t)(p(t + \tau_i|t)1_k - O_j(t + \tau_i|t)) / \|n_j(t + \tau_i|t)\| > d1_k, \quad (24)$$

其中， $p(t + \tau_i|t)$ 表示四旋翼无人机在该预测时刻的投影位置， k 为障碍物集合 $O_j(t + \tau_i|t)$ 中的顶点数量， 1_k 表示一个 k 维全为1的列向量。该约束的几何意义在于，所有障碍物集合顶点在分离平面法向方向上的投影与无人机投影位置之间的最小距离需大于预设的安全距离 d 。这种形式不仅提升了避障策略的表达能力，也便于将其纳入 MPC 框架中进行求解。

3.2 算法设计

设系统的参考状态为 $x_1(t) = q_r(t) = [p_r(t)^T, 0, 0]^T$ ，其中 $p_r(t)$ 表示期望的周期性位置轨迹。本文的控制目标在于设计控制策略，使得系统状态能够尽可能精确地跟踪该参考状态 $q_r(t)$ 。然而，由于四旋翼无人机在运动过程中受限于其自身的动力学约束、控制输入限制以及外部环境中的障碍物等因素， $q_r(t)$ 所对应的位置轨迹 $p_r(t)$ 可能为不可达轨迹。特别地，当障碍物长期停留在期望轨迹附近时，无人机将无法保持与参考轨迹的长期一致性，从而导致跟踪任务不可实现。

因此，本节引入可行性分析，并重点关注参考轨迹的可跟踪性问题。只有在存在一条满足系统约束条件的可行周期参考轨迹时，跟踪任务才具备可实现性。基于上述考虑，引入索引集合 $r \in \{0, 1, \dots, N_r - 1\}$ ，其中 $N_r = T/\delta$ 表示参考轨迹周期对应的时间步数，则寻找一条最优的、可实现的周期轨迹可以通过求解以下优化问题加以描述：

问题1：

$$\begin{aligned}
 & \min_{x_0(t), u_0(t), n_{0j}(t)} J_p(q_r, x_0, u_0) \\
 & \text{s.t. for } \tau \in [0, T], j \in \mathbb{O}, r \in \{0, 1, \dots, N_r - 1\} \\
 & \quad \dot{x}_0(t + \tau | t) = f(x_0(t + \tau | t), u_0(t + \tau | t)) \\
 & \quad \frac{n_{0j}^T(t + \tau_r | t)(p(t + \tau_r | t)1_k - O_j(t + \tau_r | t))}{\|n_{0j}(t + \tau_r | t)\|} > d_r 1_k \quad (25) \\
 & \quad x_0(t + \tau | t) \in \mathbb{X}_r \\
 & \quad u_0(t + \tau | t) \in \mathbb{U}_r \\
 & \quad x_0(t) = x_0(t + T | t)
 \end{aligned}$$

其中, $x_0 = [q_0^T, \dot{q}_0^T]^T \in \mathbb{R}^{10}$ 表示最优可跟踪周期轨迹对应的状态向量, $u_0 \in \mathbb{R}^5$ 为其相应的控制输入。集合 $\mathbb{X}_r \subset \mathbb{X}$ 与 $\mathbb{U}_r \subset \mathbb{U}$ 分别表示状态和控制输入的紧约束集, $d_r \geq d$ 是轨迹规划中引入的安全距离, 用以增强对障碍物的规避能力。轨迹优化问题中的代价函数定义为:

$$J_p(q_r, x_0, u_0) = \int_t^{t+T} \|x_0(\tau | t) - q_r(\tau | t)\|_S^2 d\tau \quad (26)$$

其中, $S \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为对称正定权重矩阵, 用于加权惩罚最优可跟踪轨迹 $x_0(\tau | t)$ 与参考轨迹 $q_r(\tau | t)$ 之间的偏差, 从而确保优化结果在轨迹跟踪精度方面具有良好性能。通过求解优化问题 1, 可以获得一条满足系统约束且尽可能接近原始参考轨迹的最优可跟踪周期轨迹 x_0^* 。

假设 3: 假设对于问题 1, 存在唯一的最优解 x_0^*, u_0^* , 则相应的最优代价函数可表示为:

$$J_p^0(q_r, x_0, u_0) = J_p(q_r, x_0^*, u_0^*). \quad (27)$$

该假设确保了优化问题的解的确定性, 为后续分析与控制律的设计提供了理论基础。

为实现对参考状态 $q_r(t)$ 的有效跟踪, 本节将轨迹规划模块与避障轨迹跟踪控制器进行集成, 统一构建为一个联合优化问题。该问题在有限预测时域 T_p (其中 $T_p \leq T$) 上进行求解, 以确保系统在满足约束条件的同时, 尽可能精确地逼近参考轨迹。

在此框架下, 定义如下成本函数, 以度量规划轨迹与参考轨迹之间的偏差, 并同时考虑系统控制的代价:

$$\begin{aligned}
 J(q_r, \tilde{x}_r, \tilde{u}_r, x, u) &= J_s(\tilde{x}_r, \tilde{u}_r, x, u) + J_f(\tilde{x}_r, x) \\
 &+ J_p(q_r, \tilde{x}_r, \tilde{u}_r), \quad (28)
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 J_s(\tilde{x}_r, \tilde{u}_r, x, u) &= \int_t^{t+T_p} \|x_e(\tau | t)\|_Q^2 + \|u_e(\tau | t)\|_R^2 d\tau, \\
 J_f(\tilde{x}_r, x) &= \|x_e(t + T_p | t)\|_P^2, \quad (29) \\
 J_p(q_r, \tilde{x}_r, \tilde{u}_r) &= \int_t^{t+T} \|\tilde{q}_r(\tau | t) - q_r(\tau | t)\|_S^2 d\tau,
 \end{aligned}$$

$x_e = \tilde{x}_r - x$ 和 $u_e = \tilde{u}_r - u$ 分别表示可达参考轨迹与系统当前实际轨迹之间的状态误差与控制误差, $\tilde{x}_r$ 与 $\tilde{u}_r$ 分别表示规划的可达状态轨迹与其对应的控制输入, 而 x 与 u 表示系统的实际状态和控制输入。成本函数中的各项含义如下:

J_s 为阶段成本项, 用于在整个预测时域内惩罚状态和控制输入的偏差, 其中状态加权矩阵 $Q \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$ 和输入加权矩阵 $R \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ 均为正半定矩阵; J_f 表示终端惩罚项, 用以在预测终点强化系统状态的收敛性, 其加权矩阵 $P \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$ 为正定矩阵; J_p 则用于惩罚规划参考状态 $\tilde{q}_r(t)$ 与原始参考状态 $q_r(t)$ 之间的偏差, 该项在周期 T 内定义, 且采用正定权重矩阵 $S \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ 衡量轨迹逼近质量。

引入以下索引集合: $i \in \mathbb{I} = \{0, 1, \dots, N - 1\}$, 其中 $N = T_p / \delta$ 表示预测时域内的离散时间步数; $r \in \{0, 1, \dots, N_r - 1\}$, 其中 $N_r = T / \delta$ 表示参考轨迹周期对应的时间步数。

基于上述设定, 考虑不可达参考轨迹的情形, 可构建如下有限时域最优控制问题, 并在时刻 t 上进行求解, 该 MPC 方法的具体形式将在问题 2 中给出。

问题 2:

$$\min_{\tilde{u}_r(t), \tilde{x}_r(t), \tilde{n}_{ij}(t), u(t), x(t), n_j(t)} J(q_r, \tilde{x}_r, \tilde{u}_r, x, u) \quad (30a)$$

$$\begin{aligned}
 \text{s.t. for } \tau \in [0, T], \tau \in [0, T_p], j \in \mathbb{O}, i \in \mathbb{I}, r \\
 \in \{0, 1, \dots, N_r - 1\}
 \end{aligned}$$

$$x(t | t) = x(t) \quad (30b)$$

$$\dot{x}(t + \tau | t) = f(x(t + \tau | t), u(t + \tau | t)) \quad (30c)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{n_j^T(t + \tau_i | t)(p(t + \tau_i | t)1_k - O_j(t + \tau_i | t))}{\|n_j(t + \tau_i | t)\|} \\
 > d_n 1_k
 \end{aligned} \quad (30d)$$

$$u(t + \tau | t) \in \mathbb{U} \quad (30e)$$

$$x(t + \tau | t) \in \mathbb{X} \quad (30f)$$

$$\dot{\tilde{x}}_r(t + \tau | t) = f(\tilde{x}_r(t + \tau | t), \tilde{u}_r(t + \tau | t)) \quad (30g)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\tilde{n}_{ij}^T(t + \tau_r | t)(\tilde{p}(t + \tau_r | t)1_k - O_j(t + \tau_r | t))}{\|\tilde{n}_{ij}(t + \tau_r | t)\|} \\
 > d_r 1_k
 \end{aligned} \quad (30h)$$

$$\tilde{u}_r(t + \tau | t) \in \mathbb{U}_r \quad (30i)$$

$$\tilde{x}_r(t + \tau | t) \in \mathbb{X}_r \quad (30j)$$

$$\tilde{x}_r(t | t) = \tilde{x}_r(t + T | t) \quad (30k)$$

$$x_e(t + T_p | t) \in \Omega, \quad (30l)$$

并有

$$\begin{aligned}
 \mathbb{X} &= \{x_2 \in \mathbb{R}^5: \|x_2\| \leq \bar{x}\}, \\
 \mathbb{U} &= \{u \in \mathbb{R}^5: \|u + [0, 0, (M + m)g, 0, 0]^T\| \leq \bar{u}\}, \\
 \mathbb{X}_r &= \{x_2 \in \mathbb{R}^5: \|x_2\| \leq \bar{x}_r\}, \\
 \mathbb{U}_r &= \{u \in \mathbb{R}^5: \|u + [0, 0, (M + m)g, 0, 0]^T\| \leq \bar{u}_r\},
 \end{aligned} \quad (31)$$

在该优化问题 2 中, $d_r > d$ 表示扩展安全距离, 其中 d_r 为增强避障鲁棒性而引入的安全裕度。约束边界被适当收紧, 满足 $\bar{x}_r < \bar{x}$ 和 $\bar{u}_r < \bar{u}$, 其中 $\bar{x}_r$ 和 $\bar{u}_r$ 分别表示状态和控制输入的收紧上界。

预测模型采用非线性动力学系统(30c), 其初始条件由

(30b)给出。约束(31d)来源于第3.1节中推导的避碰条件(24)，用于确保系统运行过程中与障碍物保持安全距离。约束(30e)和(30f)则体现了对非线性系统施加的操作限制，包括输入和状态的物理可行域。进一步地，约束(30g)-(30j)适用于规划系统所生成的可达轨迹，以保证参考轨迹的可行性与动态一致性。为保证轨迹的周期性特性，引入了约束(30k)；而约束(30l)则为终端约束，用以保障闭环系统的稳定性与性能。终

端区域 Ω 以及终端控制器 u_f 的构造可参考文献^[22]。本问题中涉及三个层次的系统模型：参考系统、规划可达系统以及预测的真实系统。各系统分别通过符号进行区分： $(\cdot)_r$ 表示参考系统， $(\cdot)_p$ 表示规划的可达系统，而 $(\cdot)$ 表示真实系统。

针对四旋翼无人机吊挂载荷系统所提出的避障轨迹跟踪模型预测控制算法，具体流程如算法1所示。

算法1 四旋翼无人机吊挂载荷系统的避障轨迹跟踪模型预测控制算法

离线阶段：

- 1：设定周期性参考轨迹 $p_r(t)$ 及其周期 T ，同时指定基本安全距离 d ，扩展安全距离 d_r ，状态约束上界 $\bar{x}$ 和控制输入约束上界 $\bar{u}$ ，状态约束收紧上界 $\bar{x}_r$ 和控制输入约束收紧上界 $\bar{u}_r$ 。设置预测时域长度 T_p 和采样时间间隔 δ 。
- 2：在代价函数(28)中选定权重矩阵 Q 、 R 和 S 。根据文献^[22]构建终端控制器 u_f 及终端集 Ω 。

在线阶段：

- 1：初始化时间 $t = 0$ ，系统初始状态设为 $x(t) = x(0)$ 。
- 2：在线求解问题2，获得在预测时域 $[t, t + T_p]$ 内的最优控制输入序列 $u^*(t + \tau | t)$ 及相应状态轨迹 $x^*(t + \tau | t)$ ，其中 $\tau \in [0, T_p]$ 。
- 3：提取当前时刻所需控制量 $u(t) = u^*(t + \tau | t)$ ，其中 $\tau \in [0, \delta]$ ，并将其应用于系统(12)，以得到系统状态 $x(t + \delta)$ 。
- 4：更新初始状态为 $x(t + \delta)$ ，并令 $t \leftarrow t + \delta$ ，然后返回步骤2。

4 仿真结果及分析

为评估所提出的控制算法在复杂环境中的有效，本节对四旋翼无人机吊挂载荷系统在多障碍空间中的运行过程进行了数值仿真分析。仿真环境为封闭三维飞行区域，其空间边界设定为：长度7m，宽度3.5m，高度5m。所有仿真工作在MATLAB R2020a平台上完成，采用CasADi工具箱^[23]构建优化模型，并通过IPOPT求解器^[24]实现非线性规划问题的求解。

所考虑的周期性参考轨迹定义为 $p_r(t) = [2\cos 0.4\pi t, 2\sin 0.4\pi t, 3]^T$ ，该轨迹在三维空间中构成一条以 $z_{pr} = 3m$ 为恒定高度、周期 $T = 5s$ 的水平圆形轨迹。仿真参数配置如下：轨迹周期 $T = 5s$ ，采样时间间隔 $\delta = 0.25s$ ，预测时域长度 $T_p = 1s$ ，系统运行时间设定为 $10s$ 。系统动力学参数包括无人机质量 $M = 1kg$ ，载荷质量 $m = 0.1kg$ ，绳索长度 $l = 0.3m$ 。控制输入上界分别为：实际系统 $\bar{u} = 20$ ，可达系统 $\bar{u}_r = 18$ 。安全距离依次为：基础安全距离 $d = 0.4m$ ，可达系统扩展距离 $d_r = 0.5m$ 。代价函数中所使用的加权矩阵设定如下： $S = 10^4 I_5$ ， $Q = I_{10}$ ， $R = 0.1 I_5$ 。

图3展示了仿真结果，系统初始状态为 $x = [2, 1, 2, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{9}, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ 。图中红线、蓝线与绿线分别表示周期性参考轨迹、实际跟踪轨迹及移动障碍物的运动轨迹。结果表明，所提出的控制算法能够在存在静态与动态障碍物的约束空间内，实现对不可达参考轨迹的有效跟踪，验证了其在避障与轨迹跟踪任务中的可行性与有效性。

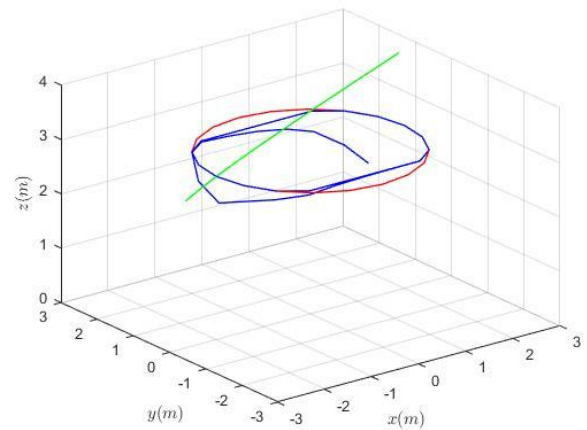


图3 无人机空间轨迹图

为增强仿真结果的可视化效果，图4展示了四旋翼无人机在任务执行过程中的三维位置轨迹随时间的演化情况。其中，红色虚线表示状态空间中的约束边界，蓝色实线为系统的实际飞行轨迹，绿色实线则对应参考轨迹。

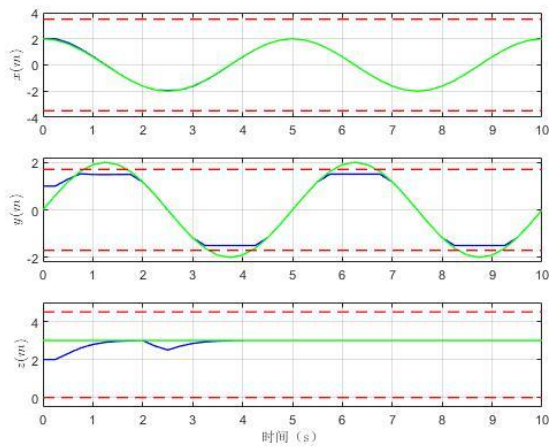


图4 系统的三维位置图

从图4中可以观察到,系统实际轨迹在整个仿真过程中始终保持在状态约束集合内,充分验证了所设计控制器在约束满足方面的有效性。值得注意的是,在时间区间 $t = 2\text{s}$ 至 $t = 3\text{s}$ 之间, z 方向的位置轨迹出现明显偏离参考轨迹的现象。这种偏移可归因于系统主动规避动态障碍物的需求,表明所提出的控制策略在确保安全性的前提下,具备对不可预见扰动和环境变化的良好适应能力。

图5展示了系统在执行任务过程中绕 x 轴与 y 轴的摆动角度 θ_x 与 θ_y 的时间响应曲线。图中,红色虚线代表角度的约束边界,蓝色实线则对应系统的实际摆动角度轨迹。初始时刻,系统的摆动角度设定为 $\theta_x = \frac{\pi}{9}$, $\theta_y = \frac{\pi}{9}$ 。在所提出的 MPC 策略作用下,系统能够在约 2s 内迅速将摆动角度稳定至参考值 $\theta_{xr} = 0$, $\theta_{yr} = 0$, 实现快速收敛。从图5中可以明显看出,整个控制过程中系统的摆动角度始终保持在设定约束范围之内,进一步验证了所设计控制器在姿态约束满足与姿态稳定性方面的有效性与可靠性。

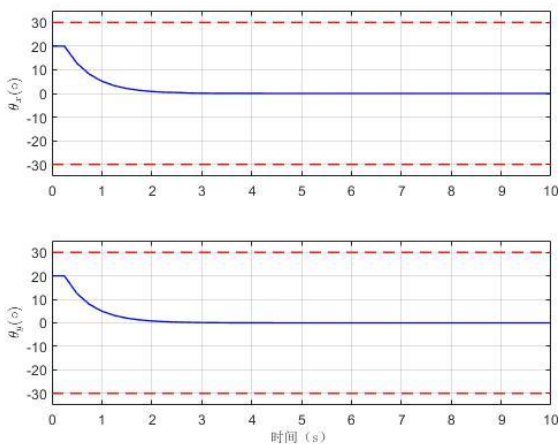


图5 系统的摆动角图

图6展示了系统在任务执行过程中的合力输入 f 的变化

情况。图中红色虚线代表输入约束边界,蓝色实线表示系统在实际运行中所施加的合力。从图6中可以清晰地观察到,系统施加的合力始终保持在可接受的输入约束范围内,验证了控制策略在输入可行性方面的有效性。值得注意的是,在初始阶段,由于系统状态显著偏离参考轨迹,为实现快速收敛,控制器施加的合力超过了 $(M + m)g$, 以提供足够的上升力实现状态调整。随着系统逐步趋近于参考状态,控制输入逐渐减小,趋于平稳。在时间区间 $t = 2\text{s}$ 至 $t = 3\text{s}$ 之间,控制输入再次出现上升,超出 $(M + m)g$, 此为系统主动规避动态障碍物所致,体现了控制策略在面对突发环境变化时的响应能力与鲁棒性。在 $t = 3\text{s}$ 之后,控制输入的波动显著减小,系统进入相对稳定运行阶段。

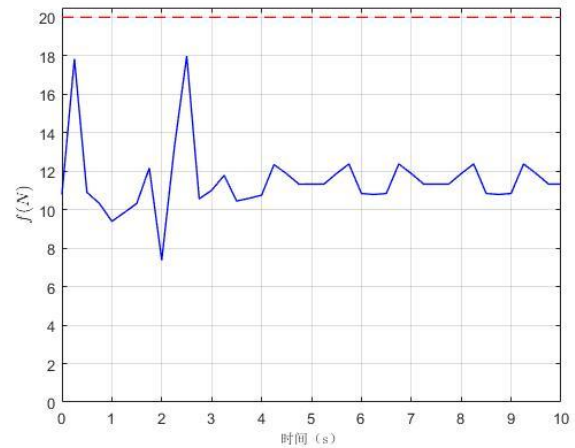


图6 系统的合力图

5 结束语

本文提出了一种基于 MPC 的四旋翼无人机吊挂载荷系统避障轨迹跟踪控制方法。该方法适用于存在静态与动态障碍物的受限空间环境,充分考虑了复杂空间约束对系统动态行为的影响。所提出的控制策略将轨迹规划与轨迹跟踪有机融合为一个统一的 MPC 优化框架,成功应对了参考轨迹不可达带来的控制挑战。在避障方面,采用 MINVO 逼近技术对障碍物进行几何建模,构建了紧凑的外部近似表示,从而提升了避障约束的计算效率,并保障了系统在多障碍环境下的安全运行。仿真结果表明,该方法在轨迹跟踪精度、载荷摆动抑制和障碍物规避等方面均表现出良好的性能,验证了其在复杂任务场景中的有效性和适用性。

[参考文献]

- [1] M. Xiao, J. Liang, L. Ji, Z. Sun, Z. Li, Aerial photography trajectory-tracking controller design for quadrotor UAV, Measurement and Control 55 (2022) 738-745.
- [2] T. Elmokadem, Distributed coverage control of quadrotor multi-UAV systems for precision agriculture,

IFAC-PapersOnLine 52 (2019) 251–256.

[3] D.K. Villa, A.S. Brandao, M. Sarcinelli-Filho, A survey on load transportation using multirotor UAVs, *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 98 (2020) 267–296.

[4] Y. Wang, W. Chen, T.H. Luan, Z. Su, Q. Xu, R. Li, N. Chen, Task offloading for post-disaster rescue in unmanned aerial vehicles networks, *IEEE/ACM Transactions on Networking* 30 (2022) 1525–1539.

[5] M. Vahdanipour, M. Khodabandeh, Adaptive fractional order sliding mode control for a quadrotor with a varying load, *Aerospace Science and Technology* 86 (2019) 737–747.

[6] H. Ríos, R. Falcón, O.A. González, A. Dzul, Continuous sliding-mode control strategies for quadrotor robust tracking: Real-time application, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 66 (2018) 1264–1272.

[7] R. Wang, J. Liu, Trajectory tracking control of a 6-DOF quadrotor UAV with input saturation via backstepping, *Journal of the Franklin Institute* 355 (2018) 3288–3309.

[8] H. Mo, G. Farid, Nonlinear and adaptive intelligent control techniques for quadrotor uav – a survey, *Asian Journal of Control* 21 (2019) 989–1008.

[9] D. Wang, Q. Pan, Y. Shi, J. Hu, C. Zhao, Efficient nonlinear model predictive control for quadrotor trajectory tracking: Algorithms and experiment, *IEEE Transactions on Cybernetics* 51 (2021) 5057–5068.

[10] N. Urbina-Brito, M.-E. Guerrero-Sánchez, G. Valencia-Palomo, O. Hernández-González, F.-R. López-Estrada, J.A. Hoyo-Montaño, A predictive control strategy for aerial payload transportation with an unmanned aerial vehicle, *Mathematics* 9 (2021) 1822.

[11] B. Zhou, F. Gao, L. Wang, C. Liu, S. Shen, Robust and efficient quadrotor trajectory generation for fast autonomous flight, *IEEE Robotics and Automation Letters* 4 (2019) 3529–3536.

[12] J. Tordesillas, B.T. Lopez, J.P. How, Faster: Fast and safe trajectory planner for flights in unknown environments, *Proceeding of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* (2019) 1934–1940.

[13] J. Tordesillas, J.P. How, MINVO basis: Finding simplexes with minimum volume enclosing polynomial curves, *Computer-Aided Design* 151 (2022) 103341.

[14] J. Tordesillas, J.P. How, MADER: Trajectory planner in multiagent and dynamic environments, *IEEE Transactions on Robotics* 38 (2021) 463–476.

[15] D. Limon, M. Pereira, D.M. de la Pena, T. Alamo, C.N. Jones, M.N. Zeilinger, MPC for tracking periodic references, *IEEE Transactions on Automatic Control* 61 (2015) 1123–1128.

[16] D. Limon, A. Ferramosca, I. Alvarado, T. Alamo, Nonlinear MPC for tracking piece-wise constant reference signals, *IEEE Transactions on Automatic Control* 63 (2018) 3735–3750.

[17] X. Liang, Y. Fang, N. Sun, H. Lin, Nonlinear hierarchical control for unmanned quadrotor transportation systems, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 65 (2017) 3395–3405.

[18] G. Tartaglione, E. D’Amato, M. Ariola, P.S. Rossi, T.A. Johansen, Model predictive control for a multi-body slung-load system, *Robotics and Autonomous Systems* 92 (2017) 1–11.

[19] S. Li, S. Wang, Z. Li, Dynamic trajectory planning considering the moving trend of obstacle in the predictive horizon, *IFAC-PapersOnLine* 53 (2020) 285–290.

[20] S. Liu, F. Dai, S. Zhang, Y. Wang, Z. Wang, Trend-aware motion planning for wheeled mobile robots operating in dynamic environments, *International Journal of Advanced Robotic Systems* 17 (2020) 1729881420925292.

[21] D. Huo, L. Dai, P. Wang, R. Xue, Y. Xia, Collision-free model predictive control for periodic trajectory tracking of uavs, in: *In Proceedings of the International Conference on Guidance, Navigation and Control*, Springer, 2022: pp. 1291–1300.

[22] L. Dai, Y. Lu, H. Xie, Z. Sun, Y. Xia, Robust tracking model predictive control with quadratic robustness constraint for mobile robots with incremental input constraints, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 68 (2020) 9789–9799.

[23] J.A. Andersson, J. Gillis, G. Horn, J.B. Rawlings, M. Diehl, CasADi: A software framework for nonlinear optimization and optimal control, *Mathematical Programming Computation* 11 (2019) 1–36.

[24] A. Wächter, L.T. Biegler, On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming, *Mathematical Programming* 106 (2006) 25–57.

作者简介:

付晨龙 (2000.03-), 男, 汉族, 河南鹤壁人, 硕士研究生, 研究方向为无人机吊挂载荷系统轨迹跟踪和模型预测控制。

王沛展 (1999.07-), 男, 汉族, 河北邢台人, 博士研究生, 研究方向为无人机轨迹跟踪和模型预测控制。

戴荔 (1988.01-), 女, 汉族, 北京人, 博士, 研究方向为模型预测控制、空天地一体化网络协同控制、云控制理

论与应用等。

夏元清 (1971.01-) 男, 汉族, 安徽天长人, 博士, 研究方向为网络协同控制、云控制与决策、智能控制与应用等。

基金项目:

网络化控制系统的分布式模型预测控制方法研究 (编号 62122014); 国家自然科学基金面上项目, 2022 年 1 月—2025 年 12 月。