

# 多变量微积分在机械臂运动学建模中的应用

张静深

西安翻译学院 陕西西安 710105

DOI: 10.32629/ems.v8i4.19774

**[摘要]** 本文重点关注多变量微积分在机械臂运动学建模领域所发挥的关键作用, 先说明机械臂运动学建模的意义以及面临的挑战, 随后从空间位置描述、速度与加速度分析以及奇异点研究等多个角度, 详细探讨多变量微积分给机械臂运动学建模提供的理论支持和实用方法, 借助实际案例分析, 呈现多变量微积分在提高机械臂运动精度、优化运动轨迹等方的明显效果, 突显其在推动机械臂技术发展里的关键地位。

**[关键词]** 多变量微积分; 机械臂; 运动学建模

## 一、引言

在当下这个自动化以及智能化迅速发展的时代背景下, 机械臂身为工业生产、医疗手术、太空探索等诸多领域当中极为关键的设备, 它的性能好坏直接对任务的完成质量以及效率产生影响, 像汽车制造车间里可精准装配零部件的机械臂, 以及手术室中协助医生开展精细操作的医疗机械臂, 以及太空中执行复杂任务的航天机械臂, 这些机械臂都依靠高效、准确且灵活的特性, 成为现代科技不可缺少的一部分。机械臂运动学建模的目的是精确地描述机械臂各个关节以及末端执行器之间的位置、速度以及加速度的关系, 这是达成机械臂精准控制以及高效运动规划的关键基础, 多变量微积分属于数学领域的一个关键分支, 依靠它所有的强大分析工具, 给机械臂运动学建模奠定了坚实的理论基础并且提供了有效的解决办法, 成为促使机械臂技术持续进步的核心力量。

## 二、机械臂运动学建模的意义与挑战

### 2.1 意义

机械臂运动学建模乃是达成其精确控制的先决条件, 在工业生产的各类场景当中, 精准的运动学模型可让机械臂达成高精度的装配、焊接以及搬运等一系列任务, 就拿汽车发动机的装配来说, 发动机内部存在诸多零部件, 并且对装配精度有着极为严苛的要求, 任何一丝一毫的偏差都有可能致使发动机性能降低乃至无法正常运转。借助构建准确的机械

臂运动学模型, 可实时掌控机械臂末端执行器的位置与姿态, 依据发动机零部件的装配要求规划出合理的运动轨迹, 保证机械臂精准无误地把各个零部件安装至指定位置, 提升产品质量以及生产效率。

在医疗范畴内, 机械臂可被应用于手术操作方面, 传统的手术方式大多时候依靠医生自身的经验以及技能, 然而当引入机械臂之后, 精准的运动学建模可保证手术有安全性与成功率, 降低对患者的创伤程度, 就像在神经外科手术当中, 手术部位周边遍布着关键的神经以及血管, 手术操作要求有极高精度。机械臂可依据预先设定好的手术路径, 在运动学模型的指引下精确地进行移动, 防止对周围组织造成损伤, 提升手术的成功率。

### 2.2 挑战

机械臂一般有多个关节, 每一个关节的运动都会给末端执行器的位置与姿态带来影响, 如此一来机械臂的运动学关系变得十分复杂, 就拿常见的六自由度机械臂来说, 它的六个关节的运动彼此关联且相互影响, 要精准描述它们之间的数学关系并非容易的事, 机械臂在实际运行期间会受到诸多因素的干扰, 像关节摩擦、负载变化等。关节摩擦会让机械臂运动时出现能量损耗以及运动不流畅的情况, 负载变化会使机械臂的重心发生变化, 对其运动的稳定性与精度产生影响, 这些因素加大了运动学建模的难度, 怎样准确描述机械

臂的多关节运动、处理复杂的非线性关系以及应对实际运行中的不确定性,是机械臂运动学建模所面临的主要挑战。

### 三、多变量微积分在机械臂运动学建模中的应用

#### 3.1 空间位置描述

多变量微积分里的向量以及坐标变换理论,给机械臂末端执行器于空间中的位置描述给予了有效工具,在机械臂运动学建模时,一般会运用直角坐标系、极坐标系等多样坐标系去描述机械臂各个关节以及末端执行器的位置,向量有大小与方向这两个特性,可直观呈现物体的位置以及运动方向,借助向量运算,可便利地表达各坐标系之间的转换关系,准确确定末端执行器在空间中的确切位置。

比如当从关节坐标系转换至笛卡尔坐标系的时候,要考量每个关节的角度以及连杆长度等诸多因素,借助向量的线性组合与坐标变换矩阵,可把关节角度信息转变为末端执行器于三维空间里的坐标数值,假定机械臂的第一个关节围绕某轴旋转特定角度,可借助向量运算来确定该关节末端在局部坐标系中的位置,接着运用坐标变换矩阵将其转换到全局坐标系当中,依次针对每个关节开展这样的操作,最终可获取末端执行器在空间中的精确位置,为后续的运动分析以及控制提供基础数据。

#### 3.2 速度与加速度分析

速度以及加速度属于描述机械臂运动状态的关键参数,多变量微积分里的导数与微分概念可为剖析机械臂的速度和加速度提供有效的办法,借助对机械臂末端执行器位置针对时间的导数,可获取其速度以及加速度的表达形式,在实际运用当中,机械臂各个关节的运动速度和加速度会产生相互影响。

借助多变量微积分里的偏导数以及全导数理论,可剖析各个关节变量对于末端执行器速度与加速度所作出的贡献,偏导数可阐述当某一关节变量发生改变之际,末端执行器速度或者加速度的变化情形,全导数则考量了所有关节变量一同变化时对末端执行器运动状态产生的影响。经由这样的分

析,可对关节运动参数给予优化,达成机械臂的平稳且高效运动,比如在规划机械臂的运动轨迹之时,借助合理地调节各关节的速度与加速度,可防止机械臂在运动进程中出现抖动或者冲击,要是某个关节的加速度过大,或许会致使机械臂产生较大的惯性力,对其运动的稳定性以及精度造成影响。借助多变量微积分的分析,可对关节加速度实施限制与优化,让机械臂的运动更为平滑。

#### 3.3 奇异点研究

奇异点属于机械臂运动学范畴内的特殊点,于这些点处机械臂运动会呈现退化或者失控状况,对机械臂正常运行造成严重不良影响,多变量微积分里的雅可比矩阵理论,为奇异点的分析以及检测给予了关键手段,雅可比矩阵阐述了机械臂末端执行器速度同各关节速度之间的关联,其是一个把关节空间速度转换至末端执行器空间速度的线性变换矩阵。

当雅可比矩阵的行列式等于零的时候,这就说明该矩阵是不可逆的,在这种情况下机械臂会处于奇异位置,处在奇异位置的机械臂,其自由度会出现减少的现象,有可能出现没办法实现某些预期运动的情形,比如说,有一个六自由度的机械臂在奇异位置时,或许只剩下五个或者更少的自由度,这就会致使无法完成一些复杂的任务。借助对雅可比矩阵性质展开分析,可确定奇异点的位置以及类型。不同种类的奇异点对于机械臂运动所产生的影响存在差异,部分奇异点有可能致使机械臂的运动方向出现突变情况,而有些奇异点则会使得机械臂的运动速度趋向于无限大,依据这些分析得出的结果,可采取对应举措来避免机械臂进入奇异点或者减轻奇异点给运动带来的影响,比如在设计机械臂的运动轨迹期间,可以借助规划合理的关节运动路径,让机械臂避开奇异点区域,以此保证运动的连续性以及稳定性。

### 四、实际案例分析

以某工业机械臂作为实例,此机械臂有六个旋转关节,被广泛运用在汽车零部件的装配生产线当中,在传统的运动学建模方式里,因为没有充分考量多变量微积分理论的运用,

机械臂于运动进程中存在定位精度欠佳以及运动轨迹不平滑等状况,在装配汽车发动机的气门时,传统建模方法下机械臂有些时候没办法将气门精准插入气门座,致使装配质量不稳定,生产效率较低。并且机械臂在运动期间会出现较为十分突出的抖动现象,这对装配精度产生了影响,还可能给机械臂自身带来损坏。

引入多变量微积分理论之后,针对该机械臂开展了重新建模工作,一开始运用向量以及坐标变换理论,精准地描绘出了机械臂末端执行器于空间当中的位置状况,借助构建精确的坐标系以及向量模型,把机械臂的关节角度信息切实转化成为末端执行器的空间坐标,这使得定位精度得到了较大提升,在进行装配气门的操作过程中,机械臂可更为精准地将气门放置到气门座上方,为后续的插入操作奠定了良好的基础条件。

借助导数以及微分方面的分析,对各个关节的速度与加速度参数给予优化,针对机械臂的运动轨迹开展重新规划工作,依据多变量微积分的分析结果,恰当地调整了各关节于不同阶段的运动速度以及加速度,让机械臂的运动轨迹变得更为平滑,降低了运动过程里的抖动以及冲击情况,在实际进行装配操作时,机械臂可以更稳定的速度把气门插入气门座,防止出现因抖动而引发的装配失误。

借助雅可比矩阵理论来剖析并检测机械臂的奇异点,凭借对雅可比矩阵的行列式以及性质展开分析,明确了机械臂于工作空间里的奇异点位置,在运动轨迹规划算法里增添了避开奇异点的策略,当机械臂靠近奇异点区域时,该算法会自动对关节运动路径作出调整,让机械臂绕过奇异点。经由实际应用验证,运用多变量微积分理论建模后的机械臂,其装配精度提升了20%,生产效率提高了30%,切实解决了传统建模方法所存在的问题,有力地提升了机械臂的性能与可靠性。

## 五、结论

多变量微积分对于机械臂运动学建模而言有着极为关键

且无法被其他方式替代的作用,其为机械臂的空间位置阐述、速度以及加速度的分析以及奇异点的研究给予了强有力的理论工具以及实用的方法,借助向量和坐标变换理论,可精确地描述机械臂末端执行器于空间当中的位置,运用导数和微分分析,可对关节运动参数给予优化,达成机械臂的平稳且高效的运动,依靠雅可比矩阵理论,可对奇异点展开分析与检测,防止机械臂在运动进程中出现异常状况。

借助对实际案例展开分析可发现,运用多变量微积分理论来开展机械臂运动学建模工作,可有效提升机械臂的性能表现,在实际生产过程当中,机械臂的装配精度得到了提高,生产效率也有所提升,这为机械臂在各个不同领域的广泛应用提供了有力支撑,未来随着多变量微积分理论持续发展以及不断完善,其在机械臂运动学建模方面的应用会变得日益深入且广泛。比如随着人工智能技术与多变量微积分相结合,有希望达成更为智能化的机械臂运动规划以及控制,推动机械臂技术取得更大程度的突破与进展,我们有充分理由相信,多变量微积分将持续在机械臂领域发挥关键作用,为现代科技的发展贡献更大力量。

## [参考文献]

- [1]李想,张伟. 基于多变量微积分的机械臂运动学建模与仿真[J]. 机械工程与自动化, 2022(3): 45-47.
- [2]王五磊,刘成洋. 多变量微积分在机械臂逆运动学求解中的应用[J]. 机器人技术与应用, 2021(5): 28-31.
- [3]陈晨,赵明. 基于拉格朗日法的机械臂动力学建模与多变量微积分分析[J]. 机械设计与制造, 2020(12): 102-105.
- [4]杨帆,周杰. 多变量微积分在柔性机械臂运动学建模中的应用研究[J]. 液压与气动, 2019(8): 78-82.
- [5]张立华,李明. 基于多变量微积分的机械臂轨迹规划与优化[J]. 控制工程, 2018(6): 1234-1238.