

基于传递矩阵法的多层吸声材料参数计算——吸声系数

李 季 刘 引 陈 赫 朱 浩

上海索辰信息科技股份有限公司 上海 201204

DOI:10.12238/etd.v3i4.5264

摘 要：多孔介质具有良好的吸声性能，是重要的吸声材料。吸声材料的吸声系数是评判其性能的重要指标。理论模拟以获取吸声系数是选取合适的吸声材料的重要手段。传递矩阵法是求解多层介质中的声波特性和介质参数的有效方法。在之前的工作中，我们已经简单介绍了全局传递矩阵的组装方法以及边界条件的应用，并以此为依据计算了多层吸声材料的阻抗系数。在本文中，我们仍然从传递矩阵理论出发，求解吸声材料重要的参数：吸声系数。首先给出基于传递矩阵法求解吸声系数的过程。然后选取几种典型的材料，针对不同问题，分别求解其吸声系数。除此之外还将对孔隙度和材料构成等对材料属性的影响进行考察。

关键词：多孔材料；传递矩阵法；吸声系数

中图分类号：TU55+2 **文献标识码：**A

Parameter Calculation of Multilayer Sound Absorbing Materials based on Transfer Matrix Method -- Sound Absorption Coefficient

Ji Li, Yin Liu, He Chen, Hao Zhu

Shanghai Suochen Information Technology Co., Ltd. Shanghai 201204

Abstract: The porous media has good sound-absorbing properties and is an important sound-absorbing material. The sound absorption coefficient of a sound-absorbing material is an important index to judge its performance. Theoretical simulation to obtain the sound absorption coefficient is an important means to select the appropriate sound absorption material. The transfer matrix method is an effective method to solve the acoustic wave characteristics and media parameters in multilayer media. In the previous work, we have briefly introduced the assembly method of the global transfer matrix and the application of the boundary conditions, and then calculated the impedance coefficient of the multi-layer sound-absorbing materials. In this paper, we still start from the transfer matrix theory, and solve the important parameter of sound absorption material: sound absorption coefficient. We first solve the sound absorption coefficient based on the transfer matrix method. Then several typical materials are selected to solve the sound absorption coefficient for different problems. In addition, the influence of porosity and material composition on material properties will also be investigated.

Keywords: Porous materials; Transfer matrix method; Sound absorption coefficient

1 引言

多孔吸声材料目前被广泛应用于噪声处理等领域。多孔材料是一种复合材料，由固体骨架和孔隙中的流体组成。Biot最早构建了完整的弹性多孔介质中的声波方程。在这个理论中，Biot预测了孔隙介质中存在两种压缩波（快纵波、慢纵波）和一种剪切波（横波），并在不久后被证实。至今为止，Biot理论仍然是描述多孔介质弹性波传播的最有效模型。除了吸声材料外，地层、海底土壤等介质也常被等效成多孔介质，其中的声波的传播特性也是用Biot理论来描述的。本文我们主要考虑多层、多种材料组合构成的吸声材料的声学特性。多孔吸声材料的实际应用大多数采用复合式结构，声波在进入多层结构后能量逐层递减，可以实现较好的吸声效果。

一般而言，描述多孔材料的声学特征参数有五个，分别是流阻率（Flow Resistivity）、孔隙度（Porosity）、弯曲度

（Tortuosity）、粘性特征长度（Viscous Characteristic Length）、热效特征长度（Thermal Characteristic Length）。

在选取所需的吸声材料之前，理论上获取吸声材料的声学性质是重要环节。由于实际应用中，吸声材料多数是以多层结构出现的，所以对于不同种类、不同组合的吸声材料的参数采用一个统一的计算方法是十分有意义的。传递矩阵（TMM）可以很好地描述多层介质中的波传播。本文结合传递矩阵法，模拟计算了多层吸声材料的吸声系数。得出了材料的属性和厚度对吸声系数的影响。

2 吸声系数的求解

对于多层吸声材料附着在刚性壁上的问题我们称之为吸收问题，此时我们更关心的是吸声材料对声波能量的吸收效果，即吸声系数的等级。图1给出的是多层吸声材料附着在刚性壁上的模型示意图，A和M是场点， θ 是入射角。在多层

吸声材料的入射一侧是半无限大流体介质。图中编号较小的材料代表入射侧，编号为 n 的材料附在刚性壁上。

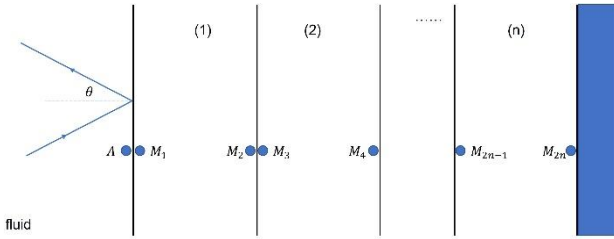


图1 吸收问题示意图（刚性壁边界）

当终止条件为刚性壁时，我们主要考虑的是多层吸声材料的吸声能力，即吸声系数的等级。如果多层吸声材料介质由刚性壁支撑，则认为终端一侧的速度分量为0（无限阻抗），终止条件可以表示为公式（1）。

$$[Y^{(n)}]V^{(n)}(M_{2n}) = 0 \quad (1)$$

其中 $[Y^{(n)}]$ 的形式由与刚性壁相连接的介质[第 (n) 层介质]性质决定。终止处的介质为泡沫、固体或流体时的矩阵形式分别由公式（2），（3）和（4）给出。

$$[Y^p] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[Y^s] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[Y^f] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

公式（1）中 $V^{(n)}$ 是与刚性壁接触的场变量矢量。将 $Y^{(n)}$ 添加到 $[D_0]$ 当中，可以得到一个 $(N-1)$ 行 N 列的矩阵 $[D]$ 。

$$[D] = \begin{bmatrix} & [D_0] \\ [0] & \dots & [0] & [Y^{(n)}] \end{bmatrix} \quad (5)$$

对于图1所示的问题，确定角度入射的平面波，A点的阻抗可以由公式（6）计算。

$$Z_s = p(A) / v_3^f(A) \text{ or } [-1 Z_s] V^f(A) = 0 \quad (6)$$

其中 Z_s 是A点的阻抗，将其加入公式（5）所示的系统当中，可以得到公式（7）。

$$\begin{bmatrix} -1 & Z_s & 0 & \dots & 0 \\ & [D] \end{bmatrix} V = 0 \quad (7)$$

根据公式（7），A点的阻抗可以由公式（8）计算。

$$Z_s = -\frac{\det[D_1]}{\det[D_2]} \quad (8)$$

其中 $[D_1]$ 和 $[D_2]$ 分别是矩阵 $[D]$ 去掉第一列和第二列后的形式。进而可以得到确定角度入射情况的反射系数（9）

和吸声系数（10），它们都是角度的函数。

$$R = \frac{Z_s \cos \theta - Z_0}{Z_s \cos \theta + Z_0} \quad (9)$$

$$\alpha = 1 - |R|^2 \quad (10)$$

在本文中的所有波场都被认为是扩散的。因此，必须将使用传递矩阵公式预测的单个入射角的吸收系数转换为漫射场表示。在纯扩散场中，假设波以相等的概率来自各个方向。对于场入射，假设漫射场具有以相等概率从所有角度到达特定角度的波，并且场入射角通常假定为 78° 。在漫射场情况，吸声系数 α_d 可以表示为对角度积分的形式（11）。其中 $\alpha(\theta)$ 是与角度有关的，确定角度入射情况的吸声系数，具体形式已在公式（10）给出，其中 $\theta_f = 78^\circ$ 。

$$\alpha_d = \frac{\int_0^{\theta_f} \alpha(\theta) \cos \theta \sin \theta d\theta}{\int_0^{\theta_f} \cos \theta \sin \theta d\theta} \quad (11)$$

3 模拟结果

这一节将理论模拟多层吸声材料的吸声系数并做讨论。首先我们模拟单层聚酯泡沫材料附在刚性壁的情况，并分别计算不同厚度和不同孔隙度的吸声系数，讨论这两种参数对吸声系数的影响。对于多层介质的情况，我们将模拟三层吸声材料的组合模型，并重点考察材料的组合顺序对吸声系数的影响。对于聚酯泡沫材料，我们采用多孔介质等效。材料参数在表1中给出。

表1 聚酯泡沫材料参数

参数（单位）	默认数值
密度（ kg/m^3 ）	30
流阻	13500
孔隙度	0.98
弯曲度	1.7
粘滞特征长度	0.00008
热学特征长度	0.00016
损耗因子	0.1
杨氏模量	540000
泊松比	0.35

接下来讨论孔隙度和厚度对单层聚酯泡沫吸声系数的影响。图2给出了不同孔隙度和厚度的吸声系数对比。其中图2（a）是不同孔隙度 ϕ 的对比而图2（b）是不同材料厚度 h 的对比。考察的频率范围是 200–8000 Hz。

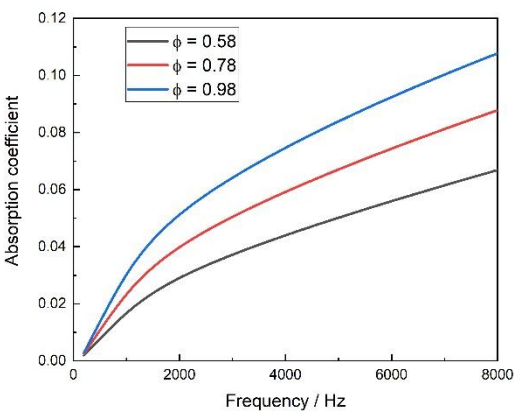


图 2（a） 不同孔隙度单层聚酯泡沫吸声系数对比

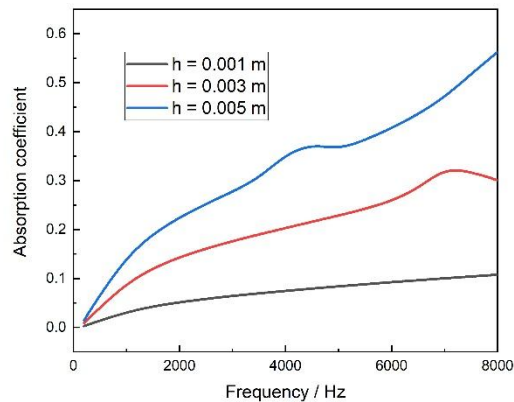


图 2（b） 不同材料厚度单层聚酯泡沫吸声系数对比

如图 2 所示，无论是材料的孔隙度还是厚度都对材料的吸声系数产生比较明显的影响。图 2（a）分别给出了当材料孔隙度为 0.58,0.78,0.98 时的吸声系数随频率的变化。通过图 2（a）可以发现，不同孔隙度的吸声系数随频率均单调增大，即频率越高，吸声系数越大。对于确定的频率，当材料的孔隙度增大时，材料的吸声系数也单调增大。这说明在频率确定的情况下，材料的孔隙度越大，吸声效果越好。图 2（b）给出了不同材料厚度的吸声系数对比。不同材料厚度吸声系数随频率变化在某些频率点出现波动，但是整体趋势仍然是频率越高，吸声系数越大。除此之外可以发现，材料的厚度对吸声系数产生明显的影响。材料厚度越大，吸声系数越大，吸声的效果越好。

接下来我们构造一个复合的吸声材料组合模型，并考察材料组合顺序对吸声系数的影响。这里我们采用两种材料，一共三层。除了上述聚酯泡沫外，还引入用纤维模型描述的轻质玻璃棉材料。对于单层轻质玻璃棉，我们采用纤维材料等效。材料参数在表 2 中给出。

表 2 轻质玻璃棉材料参数

参数（单位）	默认数值
密度（kg/m ³ ）	30
流阻	9000
孔隙度	0.99
弯曲度	1
粘滞特征长度	0.000192
热学特征长度	0.000384
损耗因子	0
杨氏模量	440000

图 3 考察了不同组合顺序的、两层轻质玻璃棉和一层聚酯泡沫组合成的复合吸声材料的吸声系数。图中 A 代表聚酯泡沫材料而 B 代表轻质玻璃棉。三层材料厚度均为 0.001 米。

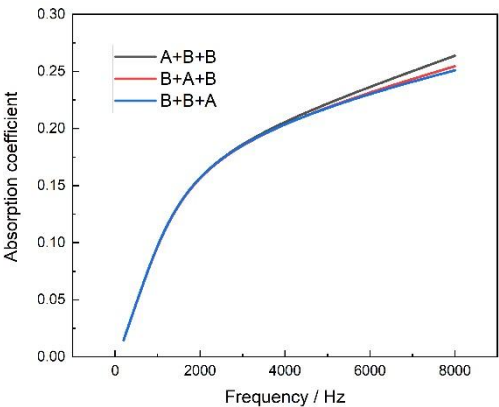


图 3 不同材料组合顺序吸声系数对比

如图 3 所示，材料的组合顺序对吸声系数产生了一定的影响，但是不明显。在低频范围内（0-4000Hz），材料的组合顺序对吸声系数几乎不产生影响。当频率大于 4000Hz 时，吸声系数产生了一定的差异，不过这种差异与参数性质对吸声系数的影响对比并不明显。所以，在选取吸声材料时，可以认为材料的属性（种类）和厚度对吸声效果的影响是明显的，应当作为主要的考虑因素。而当多层吸声材料的属性和厚度都确定时，组合顺序对吸声效果影响并不明显，特别是低频范围。除此之外，如果需要处理高频段的噪声，材料的组合顺序也是需要考虑的因素。

4 总结

结合传递矩阵法，模拟计算了多层吸声材料的吸声系数。首先给出了基于传递矩阵法的多层吸声材料吸声系数的计算方法。然后模拟了多种材料属性和不同组合的吸声系数。结果表明对于单层多孔材料来说，材料的吸声系数随着频率的增大而单调增大，并且材料的孔隙度和厚度都对材料的吸声性能产生比较明显的影响。多孔材料的孔隙度越大，吸声系数越大，对声波能量的衰减效果越好；材料厚度越大，吸声系数越大。（下转第 44 页）

影像水体信息快速提取方法[J].人民长江,2021,52(06):223-228.

[3] 邹橙,杨学志,董张玉,王冬.基于 GF-2 遥感影像的一种快速水体信息提取方法[J].图学学报,2019,40(01):99-104.

[4] 周彬,金琦.基于高分三号卫星影像的水体信息提取技术研究[J].测绘与空间地理信息,2021,44(11):137-141.

[5] 张青,冯志敏,陈鹏.高分一号卫星遥感影像提取冰川堰塞湖水体方法比较[J].测绘与空间地理信息,2021,44(01):17-19+24.

[6] 朱明洋.基于 Landsat8-OLI 的热融湖提取方法研究[J].科技创新与生产力,2020(11):67-70+74.

[7] 邓开元,任超.多光谱光学遥感影像水体提取模型[J].测绘学报,2021,50(10):1370-1379.

[8] 邵晓曼,仲臣.Landsat-8 遥感影像不同水体提取方法适用性分析[J].黑龙江工程学院学报,2021,35(04):1-5.

[9] 徐蓉,张增祥,赵春哲.湖泊水体遥感提取方法比较研究[J].遥感信息,2015,30(01):111-118.

作者简介:刘凤超(1996),男,汉族,河北省衡水市人,硕士研究生,河北科技师范学院数学与信息科技学院,研究方向:遥感影像的水体识别。

通讯作者:宋金玲,女,博士,副教授,硕士研究生导师,主要研究方向:数据处理与分析、数据库安全。

基金项目:河北省重点研发计划项目(项目编号:21370103D, 21373301D);2021年度河北省社会科学发展研究课题(课题编号:20210201445)

(上接第31页)

计算了三层复合吸声材料的吸声系数,并考察了组合顺序对吸声系数的影响。结果表明材料的组合顺序对吸声系数有一定的影响,但是对比材料属性的影响,组合顺序对吸声系数的影响并不明显,特别是低频范围。所以在选取吸声材料时,材料的属性和厚度应当是主要的考虑因素。当材料的属性和厚度确定时,材料的组合顺序是次要的考虑因素。

参考文献:

[1] Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid: I. Low frequency range. J. Acoust. Soc. Am., 1956a, 28: 168-178.

[2] Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid: II. High frequency range. J. Acoust. Soc. Am., 1956b, 28: 178-191.

[3] Wang W.H., Zhu X.Y., Liu J.X., Cui, Z.W. Shear-horizontal transverse-electric seismoelectric waves in cylindrical double layer porous media. Chin. Phys. B, 2021, 30 (1), 014301.

[4] Wang J, Ao Q, Ma J, et al. Sound absorption performance of porous metal fiber materials with different

structures[J]. Applied Acoustics, 2019, 145: 431-438.

[5] Allard, J. F., Propagation of Sound in Porous Media, Elsevier Applied Science, 1993.

[6] Atalla N., Panneton R., "The mixed displacement-pressure formulation for porous-elastic materials and particular cases," GAUS report, Univ. de Sherbrooke (1999).

[7] Delany M. E., Bazley E. N., "Acoustical Properties of Fibrous Absorbent Materials." Applied Acoustics 3, 105-116 (1970).

[8] Folds D. L., Loggins C. D., "Transmission and Reflection of Ultrasonic Waves in Layered Media." Journal of the Acoustical Society of America 62, 1102-1109 (1977).

[9] Bolton, J. S., "Introduction to Porous Materials for Noise Control," SAE TOPTEC on Acoustical Materials (1996).

[10] Atalla, N., "Modeling Thin Screens and Perforated Plates within the Wavepropagation Approach," Technical Note, GAUS report, Univ. de Sherbrooke (2000).

[11] 吴量,刘淼,刘学文,等.多层多孔吸声材料结构参数优化设计[J].应用声学,2021.