

基于 matlab 软件的平面标量场研究

廖晶晶 杨明辉 罗襄羿 王博 李金昊

江西师范大学 物理与通信电子学院

DOI:10.12238/mef.v8i3.11099

[摘要] 本文探讨了基于MATLAB软件的平面标量场研究,强调了标量场在流体力学、电磁学、光学和量子物理等领域的重要性。文章首先介绍了标量场的基本概念,然后详细讨论了数学软件在标量场数值模拟中的发展及其应用。特别地,本文通过一个具体的例子——两个平行而均匀带电的线电荷产生的电场——展示了如何利用MATLAB求解复势、电场线和等势线。通过MATLAB的可视化功能,将复杂的电磁学问题转化为直观的图形,不仅提高了学生对数学物理方法课程的学习兴趣,而且提升了他们运用MATLAB解决实际问题的能力。本文的研究表明,数学软件在教学和科研中发挥着越来越重要的作用,其在处理大数据和复杂系统方面的应用日益显著,为科学研究和工程实践提供坚实的支撑。

[关键词] 平面标量场; MATLAB软件; 数学物理方法

中图分类号: G633.7 **文献标识码:** A

Planar scalar field study based on matlab software

Jingjing Liao Minghui Yang Xiangyi Luo Bo Wang Jinhao Li

School of Physics and Communication and Electronics, Jiangxi Normal University

[Abstract] This paper explores the study of planar scalar fields based on MATLAB software, and emphasizes the importance of scalar fields in fluid mechanics, electromagnetism, optics and quantum physics. We first introduce the basic concept of scalar field, and then discuss the development of mathematical software in the numerical simulation of scalar field. In particular, we show how the electric field —— can solve the complex potential, electric field line and isopotential line. Through the visualization function of MATLAB, the complex electromagnetic problems are transformed into intuitive graphics, which not only improves the students' interest in learning mathematical physics methods, but also improves their ability to use MATLAB to solve practical problems. The research in this paper shows that mathematical software is playing an increasingly important role in teaching and research, and its application in processing big data and complex systems is increasingly significant, providing solid support for scientific research and engineering practice.

[Key words] planar scalar field; MATLAB software; mathematical physics method

引言

标量场作为一种基础的数学模型^[4],广泛应用于流体力学、电磁学、光学以及量子物理等领域,能够有效描述与解析不同物理现象中的场强分布,便于研究人员深入理解其物理机制。与此同时,平面标量场的研究在理论与实际应用中也越来越受到重视。平面标量场不仅用于分析自然光及偏振光条件下的光场特性,还在各种工程应用中展现出显著的实用价值。通过对平面标量场的深入探索,研究者能够揭示流动特性、光的传输行为以及材料的响应特性,这对于工程设计、新材料研发乃至环境监测等领域均具有重要意义^{[1][2]}。

数学软件的发展也使得标量场的数值模拟得以实现。借助

先进的数值计算方法,研究人员能够有效地处理大规模数据集,进行复杂的数值模拟和定量分析。这些技术不仅提升了研究的精度和效率,同时也为解决实际问题提供了新的思路和方法^[1]。

综上所述,平面标量场的研究不仅具有深厚的理论基础,而且在应用层面展现出广泛的前景^[3]。通过数学软件的辅助,可以更直观地分析和理解标量场的特性及其在物理现象中的表现,这为科学研究和工程实践提供了坚实的支撑。

1 数学软件的发展及应用

数学软件的发展伴随着计算机科技的进步而不断演变,尤其是在数值模拟和数据处理领域的应用中扮演了重要角色。最

早的数学软件主要用于基础的数学计算和图形绘制,随着计算机性能的提高和图形用户界面的普及,它们大大简化了数学计算的过程,提供了丰富的工具用于求解非线性方程、符号计算以及数值积分等问题。

数学软件已广泛应用于工程、物理和生物学等多个领域。在工程领域,数学软件被用于结构分析、流体动力学、热传导等问题,通过对复杂模型的数值模拟,为设计和优化提供了科学依据^[3]。在物理学中,数学软件用于解决各类物理方程,进行量子力学、相对论等方面的计算,以模拟和预测物理现象的行为。

随着计算技术的不断进步和科学研究的深入,数学软件在处理大数据和复杂系统方面的应用日益显著。发展出基于云计算和并行计算技术的数学软件,使得处理海量数据变得更加高效^[2]。

总体来看,数学软件作为现代科学研究和工程实践中不可或缺的工具,其对于标量场等领域的研究提供了新的可能性。它不仅提升了数值模拟的效率和准确性,也为探索和解决复杂物理现象提供了强有力的支持。在未来的发展中,随着人工智能和深度学习等新技术的兴起,数学软件的功能和应用将在科研、工程和教育等各个方面持续拓展,开辟出更广阔的应用前景。

1.1 标量场的基本概念

标量场是物理学和数学中的一个重要概念,广泛应用于许多领域。标量场的基本定义是,在空间的每一个点上赋予一个标量值,这些值可以是一个实数或复数。换句话说,标量场将每个空间坐标映射到一个数值,该数值在讨论中可能代表某种物理量的大小。平面标量场的可视化通常通过等值线或热图来实现。等值线是将标量场中取相同值的点连接起来形成的曲线,而热图则是用不同的颜色来表示标量场中不同值的区域^[5]。

标量场的典型例子包括温度分布场与静电场。对于温度分布场而言,空间中的每个点对应于该点的温度值,通过这个场可以直观地了解温度的变化情况。而在电磁学中,电势作为一个标量场,可以很好地描述电场在空间中的分布,这种分布常常对电荷的运动产生重要影响。

综上所述,标量场作为物理和数学中的基本构件,其基本概念构成了广泛应用的理论基础,而其在实际应用中的重要性则体现在对复杂现象的简化与理解上。这为后续的相关研究提供了重要的视角和方法论支持。

1.2 标量场在物理中的重要性

标量场在物理学中的重要性不可小觑,因为它为众多物理现象提供了基础的描述框架。在经典力学、热力学、电磁学等众多领域,标量场作为一种简化的模型,帮助研究者更好地理解 and 描述复杂的物理系统。

在流体力学中,标量场广泛应用于描述流体的速度、温度和浓度等物理量的分布。例如,温度场的梯度会影响流体的对流和

热传递。同样,在传热问题中,标量场则用于描述热量的传输及其与流体运动的耦合关系,为复杂热系统的设计和优化提供了理论依据^[3]。

电磁学中,标量场同样扮演着重要角色。电位场即为一种标量场,它在静电学中用于描述电场的性质。通过标量场的定义,可以较为容易地计算出静电力及其对物体运动的影响。借助数学软件进行标量场的数值模拟,使得研究者能够更直观地可视化物理学的复杂现象。通过数值模拟,科研工作者能够捕捉到标量场的微小变化,并分析其对整个系统的影响。综上所述,标量场在物理学中不仅是理论构建的重要基础,同时也是用于解决实际工程问题的重要工具,体现了其在科学研究和工程应用中的广泛重要性^{[1][2]}。

2 Matlab软件在教学实践上的应用

数学软件如Matlab在数学物理方法的抽象问题可视化研究中扮演着至关重要的角色。Matlab以其强大的科学计算和数据处理功能,帮助学生解决课程中的复杂积分和微分运算。其先进的绘图功能能够将运算结果以图像和动画的形式展示,使得数学公式背后的物理意义直观易懂。这种可视化教学不仅提高了学生对数学物理方法课程的学习兴趣,而且提升了他们运用Matlab解决实际问题的能力,从而提高了教学效率。

以具体问题为例^[4]

有两个平行而均匀带电的线电荷,每单位长度所带电荷量分别是 $+q$ 和 $-q$,两线相距 $2a$,求这个电场的复势,电场线和等势线:

为了求解两个平行而均匀带电的线电荷的电场的复势、电场线和等势线,我们可以使用复变函数的方法。

2.1 复势的求解

两个平行线电荷的电场可以看作是两个点电荷的电场在复平面上的映射。设两个线电荷分别位于 $x=-a$ 和 $x=a$ 处,我们可以使用复变函数中的对数函数来表示它们的复势。

对于一个位于 $z=z_0$ 的点电荷 q ,其复势为:

$$\phi(z) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln(z - z_0) \quad (1)$$

对于位于 $x=-a$ 的线电荷 $+q$,其复势为:

$$\phi_1(z) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln(z + a) \quad (2)$$

对于位于 $x=a$ 的线电荷 $-q$,其复势为:

$$\phi_2(z) = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln(z - a) \quad (3)$$

因此,整个电场的复势为:

$$\phi(z) = \phi_1(z) + \phi_2(z) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln(z + a) - \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln(z - a) \quad (4)$$

利用对数的性质,可以合并为:

$$\phi(z) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{z+a}{z-a}\right) \quad (5)$$

2.2 电场线的求解

电场线是复势的虚部的等值线。设 $z = x + iy$ ，则：

$$\phi(z) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{x+a+iy}{x-a+iy} \right) \quad \#(6)$$

将复数的比值转换为极坐标形式：

$$\frac{x+a+iy}{x-a+iy} = \frac{\sqrt{(x+a)^2+y^2}e^{i\theta_1}}{\sqrt{(x-a)^2+y^2}e^{i\theta_2}} = \frac{\sqrt{(x+a)^2+y^2}}{\sqrt{(x-a)^2+y^2}} e^{i(\theta_1-\theta_2)} \quad \#(7)$$

其中， $\theta_1 = \arctan\left(\frac{y}{x+a}\right)$ 而 $\theta_2 = \arctan\left(\frac{y}{x-a}\right)$ 。

因此，复势可以写为：

$$\phi(z) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln \left(\frac{\sqrt{(x+a)^2+y^2}}{\sqrt{(x-a)^2+y^2}} \right) + i(\theta_1 - \theta_2) \right] \quad \#(8)$$

电场线是虚部的等值线，即： $\theta_1 - \theta_2 = \text{常数}$

2.3 等势线的求解

等势线是复势的实部的等值线。从上面的复势表达式中，

实部为：
$$\frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{\sqrt{(x+a)^2+y^2}}{\sqrt{(x-a)^2+y^2}} \right) =$$

常数，简化得到： $\ln \left(\frac{\sqrt{(x+a)^2+y^2}}{\sqrt{(x-a)^2+y^2}} \right) = \text{常数}$ ，取指数得到：

$$\frac{\sqrt{(x+a)^2+y^2}}{\sqrt{(x-a)^2+y^2}} = e^{\text{常数}} \quad \#(9)$$

设 $e^{\text{常数}} = k$ ，则

$$\sqrt{(x+a)^2+y^2} = k\sqrt{(x-a)^2+y^2} \quad \#(10)$$

平方得到

$$(x+a)^2+y^2 = k^2[(x-a)^2+y^2] \quad \#(11)$$

展开并整理得到：

$$(1-k^2)x^2 + 2a(1+k^2)x + (1-k^2)y^2 + a^2(1-k^2) = 0 \quad \#(12)$$

最终答案

复势：
$$\phi(z) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{z+a}{z-a} \right)$$

电场线： $\theta_1 - \theta_2 = \text{常数}$

其中 $\theta_1 = \arctan\left(\frac{y}{x+a}\right)$ ， $\theta_2 = \arctan\left(\frac{y}{x-a}\right)$

等势线： $(1-k^2)x^2 + 2a(1+k^2)x + (1-k^2)y^2 + a^2(1-k^2) = 0$

其中， $k = e^{\text{常数}}$ 。

基于以上解题过程，取 $a=1$ ，可利用 Matlab 软件将电场矢量，等势线，电场线可视化。

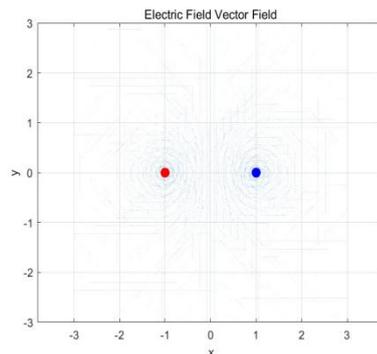


图 1

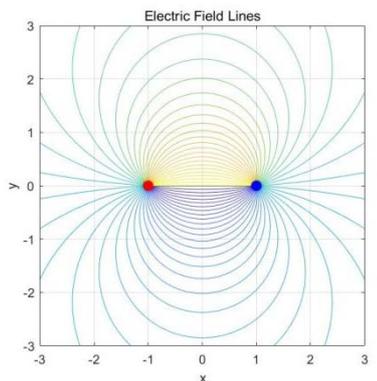


图 2

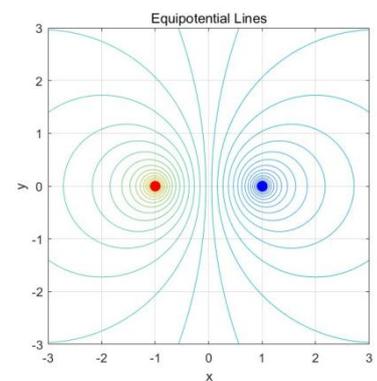


图 3

其中图1~3分别为电场矢量，等势线，电场线。

在本题中，我们成功地运用了MATLAB这一强大的数学软件工具，将一道复杂的电磁学问题转化为直观的可视化图形，将抽象的数学模型和物理概念转化为直观的图形，在教学工作中不仅帮助学生更好地理解电磁学原理，也为教学提供了一种新的辅助工具。

3 结语

在本论文中，我们研究了基于MATLAB软件的平面标量场问题，并成功地将复杂的电磁学问题通过可视化技术转化为直观的图形表示。这种可视化方法不仅使得抽象的物理概念和数学模型变得易于理解，而且提高了学生对数学物理方法课程的兴

趣和参与度。通过MATLAB的强大计算和绘图功能,我们能够更准确地模拟和分析标量场,这对于工程设计、新材料研发乃至环境监测等领域均具有重要意义。

随着计算技术的不断进步,数学软件如MATLAB在科学研究和工程实践中的作用日益凸显。它不仅提升了数值模拟的效率和准确性,也为探索 and 解决复杂物理现象提供了强有力的支持。我们期待在未来的研究中,数学软件能够继续拓展其功能和应用,为科研、工程和教育等各个方面开辟更广阔的应用前景。同时,我们也将继续探索数学软件在更多领域的应用,推动科学的进步。

[参考文献]

[1]姚丽娇.科学计算中的标量场可视化技术[D].东北大学,2009.

[2]郭琦.标量场宇宙学初窥[D].中国科学院理论物理研究所,2005.

[3]刘亚明,柳朝晖,贺铸.对具有平均标量梯度的被动标量场的直接模拟[C].中国工程热物理学会2004年燃烧学学术会议论文集,2004.

[4]梁昆森.数学物理方法[M].北京:高等教育出版社,2014:160.

[5]肖峻,肖培.标量场的唯一性条件[J].西南民族大学学报(自然科学版),2006,32(2):295-298.

作者简介:

廖晶晶(2005--),女,汉族,江西省赣州市人,本科生,研究方向:电子信息工程。