

“乱”中有法, “舞”出精彩

——尺规作图作平行的实例研究

于珊珊

江苏省扬州市

DOI:10.12238/mef.v8i9.13016

[摘要] 《义务教育数学课程标准(2022年版)》在初中阶段加强了尺规作图的内容和要求,新增了“能用尺规作图:过直线外一点作这条直线的平行线”。笔者将这一要求安排在初三复习教学中,鼓励学生“乱舞”出更多新的条件,结合图形的变化和性质构造目标图形,使学生经历数学“再发现”的过程,增强空间观念,强化几何直观。

[关键词] 尺规作图; 平行; 图形的变化和性质; 再发现

中图分类号: TP335+.3 **文献标识码:** A

"Chaos" is used in the law, "dance" out of the wonderful

——A parallel example study of the ruler gauge drawing

Shanshan Yu

Yangzhou City, Jiangsu Province

[Abstract] "Compulsory education mathematics curriculum standard (2022 edition)" in the junior high school stage to strengthen the content and requirements of the gauge drawing, added "can use the gauge drawing: a point beyond the straight line for the parallel line of the straight line". The author will arrange this requirement in the third grade review teaching, encourage students to "dance" out of more new conditions, combined with the change of graphics and properties of the construction of the target graphics, so that students experience the process of mathematics "rediscovery", enhance the concept of space, strengthen geometric intuition.

[Key words] Gauge drawing; parallel; Changes and properties of the figures; rediscover

引言

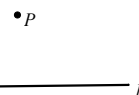
《义务教育数学课程标准(2022年版)》在初中阶段加强了尺规作图的内容和要求,不仅要让学生可以完成作图任务,更要在作图过程中感知几何图形、理解图形性质与关系,从而增强空间观念,强化几何直观。《课程标准(2022年版)》新增内容要求“能用尺规作图:过直线外一点作这条直线的平行线”,“能”作为“掌握”的同类词出现,其基本含义描述为“多角度理解和表征数学对象本质,把对象用于新的情境”。苏科版新版教材中将这一内容要求作为例题,摆放在七年级上册平行线判定处,在此之前新教材出现两次尺规作图:作一条线段等于已知线段、作一个角等于已知角。笔者认为将尺规作平行放在此处,方法较为单一,学生较难做到经历数学“再发现”的过程,所以大胆设计到初三一轮复习中,以一题一课形式,充分挖掘平行线的相关知识,多角度解决这个问题。同时教会学生尺规作图要大胆“乱舞”、“无中生有”,从简单条件出发创造出更多条件,再

结合图形的变化和性质合理使用条件,构造目标图形。

1 教学活动

1.1 分析条件与目标图形

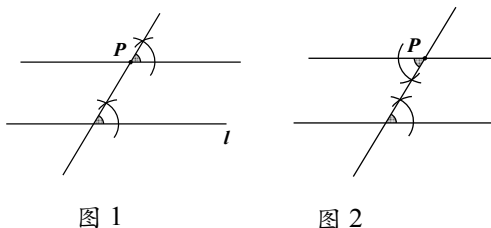
尺规作图:已知直线 l 及直线 l 外一点 P ,用不同方法过点 P 作直线 l 的平行线。



[师生活动]先给学生时间在学习单上自由操作,然后利用多媒体展示部分作法。

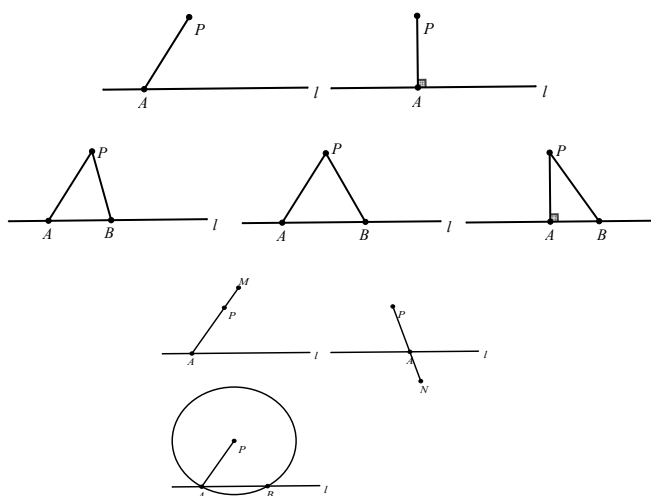
师:条件是一条直线以及直线外一点,目标是另一条直线。想要作一条直线,需要两个点, P 为已知点,那么此题只要再确定另外一点即可。条件很少,那么就需要我们再“创造”一些条件。相信同学们都有作到多媒体中展示的两幅图(图1、图2)之一

——利用平行线的判定作图，作图过程中大家创造出了一条截线，利用 l 与截线的位置关系作为参照，作出目标平行线。而这里 l 与截线的位置关系是通过角来刻画的。^[1]



师：同学们还能创造出哪些条件呢？这些条件可以如何勾连出平行呢？

[师生活动]学生再次操作，老师陆续展示学生“创造”的条件，如下图。



可以在 l 上任取一点 A ，连接 PA 形成线段，特殊一点 $PA \perp l$ ；也可以在 l 上任取两点 $A、B$ ，与 P 连接形成 $\triangle PAB$ ，特殊一点 $\triangle PAB$ 是等腰三角形或直角三角形；还可以在 l 外任取一点，与点 P 连接交 l 于点 A ；还能以点 P 为圆心，任意长为半径，与 l 交于点 $A、B$ 。学生的“创造”不仅有这些，老师在选取的时候有所侧重，素材上要能够推动教学的进展。

1.2 拟定作图方法

问题：这些条件怎么用？

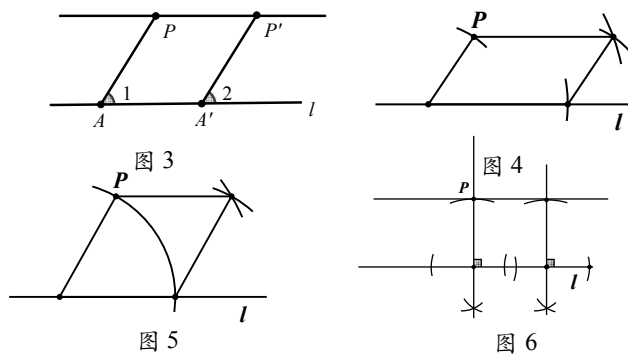
追问 回忆学过的图形变化都有哪些，这些图形变化里是否蕴含了一些平行的知识？

[师生活动]学过的图形变化有：轴对称、旋转、平移、相似、投影，重点讨论平移、轴对称、中心对称、位似这些图形变化下带来的图形关系和性质，帮助学生明确作图方向，如下表。

图形变化	蕴含的平行	作图方向
平移	对应线段互相平行、对应点连线互相	平行四边形(特别的：菱形、矩形)
轴对称	对应点连线段互相平行	等腰梯形
旋转(中心对称)	对应线段互相平行	8字形中心对称图形
相似(位似)	平行线分线段成比例	三角形中位线(特别的：任意位似的等腰三角形)

表格的填写有一定困难，教师可以带领学生完成平移这一行：利用图3，发现线段平移，其实就是在 l 上任取 A' 作 $\angle 1 = \angle 2$ ，截取 $A'P' = AP$ ， PP' 即为目标直线。此时的 $AA'P'P$ 是平行四边形，我们也可以多种方法尺规作平行四边形，包括一些特殊的平行四边形，如图4至图6。

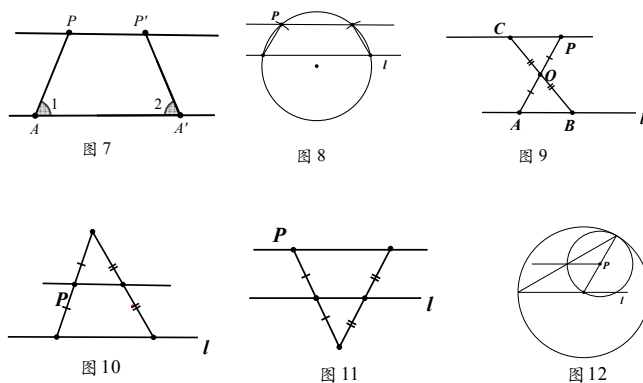
然后学生再自行完善表格。



1.3 尺规构图

活动：利用表格，再次多角度作图。

[师生活动]展示学生作图：等腰梯形如图7、图8；三角形8字形全等如图9；三角形中位线如图10至图12；位似等腰三角形如图13。

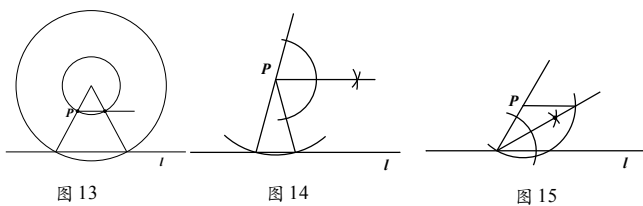


追问再次回到创造出的这些条件，还能勾连出怎样的平行呢？

[师生活动]学生利用等腰三角形，联想到基本模型：角平分+平行=等腰，利用这一模型，有作图14、图15；利用过 P 点的垂线段，联想到两个重要结论：垂直于同一条直线的两条直线平行，平行线间的距离处处相等，又可以有作图16和图17(同图6)。

1.4 回顾反思

问题：总结这节课你有哪些收获？你还能提出怎样的问题？



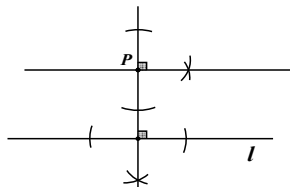


图 16

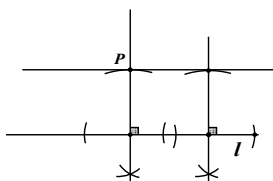


图 17

[师生活动]:回顾整个作图过程,首先我们分析条件和目标图形,发现条件较少,于是“乱舞”出一些其他的条件,然后再结合图形的变化、定理或重要结论、基本模型等多角度勾连出目标直线,拟定出作图的方法,最后尺规构图。师生共同作出了十几种不同方法的构图,这些构图可按照思路进行分类:分别利用平行判定、图形变化、基本模型、重要结论。^[2]另外,有些作图比较简洁,比如图4、图5、图8,从这些作图我们可以提出问题——单规作图:已知直线 l 及直线 l 外一点 P ,求作点 Q ,使得 $PQ \parallel l$ 。

2 教学思考

2.1 尺规作图中“乱舞”的价值

本节课例中的问题条件很少,学生单从判定出发作图有限,思维的散发也有限,从而需要教师引导学生大胆的再生条件,利用新的条件解决问题。例如“已知直线 l 及直线 l 外一点 P ,利用尺规作 $\odot O$,使得 $\odot O$ 过点 P 且与 l 相切。”此题中条件也只是一点及一线,也需要学生先行乱舞出一些东西,通过分析结论,再进行关于线段相等知识的勾连。比如连接点 P 与 l 上任意一点 A ,可以联想到“线段垂直平分线上的点到线段两端距离相等”,于是作图18;当 PA 垂直于 l 时,可以想到特殊情形 PA 就是直径,于是作图19;再比如 l 上任取两点 AB ,与 P 连接形成 $\triangle PAB$,就有了 $\angle PAB$,可以联想到“角平分线上的点到角两边距离相等”,于是作图20等等。

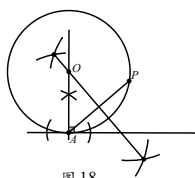


图 18

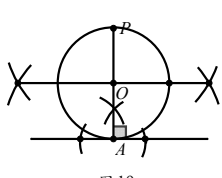


图 19

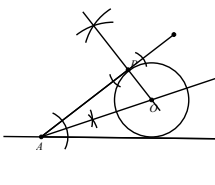


图 20

当然,“乱舞”我们也要有一定的章法,往往需要先分析好目标图形,选取贴合目标图形的条件;有时我们也要顺着一些已有想法去再生条件,快速接近目标图形。

2.2 尺规作图中“再发现”的价值

《课程标准(2022年版)》指出要学生经历数学“再发现”的过程,本节课例中当同学们“创造”出一些条件后,教师带领同学从图形的变化——平移说起,挖掘平移带来的平行知识,从而确定出作图方向。^[3]接着学生自己“再发现”其他图形变化蕴含的平行,确定出更多的作图方向。最后再次聚焦个别条件,结合重要结论和基本模型,丰富作图方法。学生不断从脑海里寻找相关知识的过程,不仅可以增加学习的兴趣,也能促进其思维的提升。

3 结束语

尺规作图是建立学生几何直观的有效手段,是锻炼学生演绎推理能力的重要抓手,是锻炼学生动手操作能力的有力载体。在《课程标准(2022年版)》加强尺规作图的背景下,尺规作图的教学显得尤为重要。在今后的尺规作图教学中,老师们可以多多鼓励学生将尺规“乱舞”起来,乱中有序,乱中有法,潜移默化的提升数学核心素养。

[参考文献]

- [1]文蜜.义务教育数学课程标准新旧版本比较研究[D].上海:上海师范大学,2023.
- [2]王聿泽,张景斌,程文傲.尺规作图的教育价值与初中教学实践探究[J].中国数学教育(初中版),2020(9):33-37.
- [3]全皓天.有意味的形式——浅谈舞蹈创作中的动态语言[J].神州(中旬刊),2013(9):205-205,207.

作者简介:

于珊珊(1991--),女,汉族,江苏省扬州市人,中等一级,工作领域:中学数学教学,南京市旭东中学。