

小初高衔接视角下分离常数法教学实践与思考

马宏微

昆明市第八中学

DOI:10.32629/mef.v9i1.18649

[摘要] 分离常数法作为初中数学分式部分的重要拓展内容,是连接小初高数学知识体系的关键纽带。本文基于“小初类比、初高衔接”的教学理念,以八年级学生为授课对象,从知识点延伸和思维方式提升两条主线,探讨分离常数法的教学实践。通过真假分数与真假分式的概念类比、假分数到带分数与假分式到“带分式”的变形迁移,逐步揭示分离常数法降次、化繁为简的核心思想,同时衔接中考考点与高中数学应用,实现学生数学思维的阶梯式上升,为小初高数学教学的连贯性提供实践参考。

[关键词] 分离常数法; 小初高衔接; 类比迁移; 思维提升; 分式教学

中图分类号: G421 文献标识码: A

Teaching Practice and Thinking of Separation Constant Method from the Perspective of Primary-Secondary-Senior High School Articulation

Hongwei Ma

Kunming No. 8 High School

[Abstract] The method of separating constants, as an important extension of the fraction section in junior high school mathematics, serves as a key link connecting the mathematical knowledge systems of primary, junior, and senior high schools. Based on the teaching philosophy of "primary-junior analogy and junior-senior articulation," this paper explores the teaching practice of the method of separating constants for eighth-grade students, focusing on two main aspects: the extension of knowledge points and the enhancement of thinking methods. Through the conceptual analogy between improper fractions and improper rational expressions, as well as the transformation from improper fractions to mixed numbers and from improper rational expressions to "mixed rational expressions," the core idea of the method—reducing degree and simplifying complexity—is gradually revealed. Simultaneously, the paper connects key examination points in the high school entrance exam with applications in senior high school mathematics, achieving a step-by-step elevation of students' mathematical thinking. This provides practical references for the coherence of mathematics teaching across primary, junior, and senior high schools.

[Key words] method of separating constants; primary-junior-senior high school articulation; analogical transfer; thinking enhancement; rational expression teaching

引言

《义务教育数学课程标准(2022年版)》强调:重视数学结果的形成过程,能通过简单的类比、猜想或发现一些初步的结论^[1]。都建立在合情推理的基础之上。数学发展的历史表明,除了严格求证,还需要大胆的假设,并进行必要的合情推理。类比思想,张奠宙教授将“弗赖登塔尔数学教育理论”概括为三大要点:“数学现实”,“数学化”和“再创造”^[2]。分式的产生既是实际生活的需要,又是代数运算与代数体系发展的需要。通过类比分数的形式,可定义分式的概念;类比分数的学习流程,也可预测分式的后续学习方向。运用类比思想进行分式有关内容的教学,既符合学生的认知基础,又能凸显分式概念的本源^[3]。在数

学知识体系中,分式的分离常数法并非孤立存在的知识点,而是小学分数运算、初中分式变形与高中函数、数列等知识的重要衔接点。八年级学生已具备分数分类、假分数与带分数转化及分式基本运算的基础,但对抽象的代数变形方法理解存在困难,尤其在解决“分式为整数求参数值”等问题时易出现漏解、分类不全等问题。

本节课以“考教衔接”为导向,通过“小初类比”建立知识迁移桥梁,围绕分离常数法的原理、步骤及应用展开教学,既巩固分式基本性质,又培养学生转化思想、分类讨论思想和逻辑推理能力。本文从知识点延伸和思维方式提升两条主线,结合教学实践探讨分离常数法的教学价值与实施路径。

1 知识点延伸：从小学到高中的知识脉络贯通

1.1 小学阶段：知识基础的奠基

小学阶段关于分数的学习为分离常数法提供了最原始的知识原型。在分数教学中，学生已掌握真分数与假分数的分类标准：分子比分母小的分数为真分数，分子大于或等于分母的分数为假分数。同时，学生熟练掌握假分数转化为带分数的运算，即把假分数拆分为“整数+真分数”的形式，如 $\frac{36}{7}=5\frac{1}{7}$ 。这一知识点看似简单，却蕴含着分离常数法的核心雏形——将复杂形式拆解为简单形式的化繁为简思想，以及通过拆分实现“降次”（分数层面的量级简化）的思维内核。小学阶段的这些知识储备，为初中分式相关概念的学习和分离常数法的探究奠定了坚实的认知基础。

1.2 初中阶段：核心方法的形成与中考衔接

初中阶段的分式教学是小学分数知识的延伸与抽象化。在本节课中，通过“小初类比”的教学策略，引导学生从已知的分数知识迁移到未知的分式知识，实现知识点的自然过渡。

1.2.1 概念类比：真分数到真假分式。首先，借助小学真假分数的分类标准，引导学生探究分式的分类。通过对比分数“分子与分母的数值大小关系”，类比得出分式分类的核心依据——“分子与分母的指数关系”：分子次数比分母次数小的分式为真分式，如(1) $\frac{3}{x+2}$ ；(2) $\frac{7}{1-2x}$ ；分子次数大于或等于分母次数的

分式为假分式，如(3) $\frac{m+6}{m+1}$ ；(4) $\frac{2m+6}{m+1}$ ；(5) $\frac{x^2+1}{x-1}$ 。这一概念类比过程，遵循八年级学生“从具体到抽象”的认知规律，降低了抽象概念的理解难度，实现了知识的平稳迁移。

1.2.2 变形类比：假分数到带分数到假分式到“带分式”。在概念类比的基础上，进一步引导学生进行变形类比。小学阶段假分数 $\frac{36}{7}$ 转化为带分数 $5\frac{1}{7}$ ，其本质是将复杂的假分数拆分为“整数+真分数”的简单形式。基于此，提出猜想：假分式能否转化为类似的“整式+真分式”形式？

通过小组探究，学生发现假分式 $\frac{a+6}{a+1}$ 可变形为 $1+\frac{5}{a+1}$ ，

$\frac{4a-4}{2a+1}$ 可变形为 $2-\frac{6}{2a+1}$ ，进而总结出分离常数法的定义：

通过因式分解、配凑等恒等变形，将假分式转化为“整式+真分式”（其中真分式的分子次数<分母次数）的数学方法。这一过程不仅让学生掌握了分离常数法的操作步骤，更理解了其“化繁为简、降次”的核心思想——将次数较高的分子转化为次数低于分母的形式，简化问题求解。

1.2.3 中考衔接：方法的实际应用。分离常数法是中考数学的重要考点，尤其在“分式为整数求参数值”问题中应用广泛。

本节课通过典型例题，如“若 $\frac{a+6}{a+1}$ 为整数，求整数 a 的值”，

引导学生运用分离常数法分析：将假分式变形为 $1+\frac{5}{a+1}$ 后，整式

部分1为整数，因此只需真分式 $\frac{5}{a+1}$ 为整数，即分母 $a+1$ 是

分子5的因数（ $a+1=\pm 1, a+1=\pm 5$ ），进而求出的值为

$$a=0, -2, 4, -6.$$

通过归纳解题步骤（分离常量→分析真分式→分类讨论→检验分母不为0），帮助学生形成规范的解题思维，突破中考高频难点。同时，链接2023年云南中考24题让学生感受到知识的实用性，增强学习动力。

在此，还可以类比小学除法，进行多项式除以多项式的运算，引入多项式除法的概念，让学生感知类比迁移的过程，从数拓展到式。

1.3 高中阶段：知识的拓展与深化

以上内容实现了齐次假分式变形为整式+真分式，接下来探索分子次数大于分母次数的分式分离常数的方法。例：若 $\frac{x^2+1}{x-1}$ 是整数，求整数 x 的值。我们的方法有很多，可以把二次配凑成平方差公式： $\frac{x^2+1}{x-1}=\frac{(x^2-1)+2}{x-1}=\frac{(x+1)(x-1)+2}{x-1}=x+1+\frac{2}{x-1}$ 。可以

把二次配凑成完全平方公式： $\frac{x^2+1}{x-1}=\frac{(x-1)^2+2x}{x-1}=x-1+\frac{2x}{x-1}$

$=x-1+\frac{2(x-1)+2}{x-1}=x+1+\frac{2}{x-1}$ 。这两种公式都是初中

重要的常用公式。以上方法归纳整理后就是配分母的倍数。所

以分母 x^2 还可以配凑成 $x(x-1)+x$ ，或 $(x+2)(x-1)-x+2$

等，又一次验证了分离常数法就是配凑降次。初中阶段掌握的分离常数法，为高中数学学习奠定了重要基础，实现了知识点的进一步延伸。如果碰到次数更高的，采取配凑因式的方法比较复杂，还可以用长除法进行分离常数。在高中阶段，分离常数法的应用场景更加广泛：

1.3.1 数列通项公式求解：在等差数列、等比数列的延伸学习中，部分数列的通项公式需要通过分离常数法化简，才能明确其数列类型，进而运用相应公式求解。

1.3.2 函数值域求解：对于形如 $f(x)=\frac{x^2+6x+1}{x+1}$ 的函数，

通过分离常数法可更直观地分析函数的取值范围，为函数性质研究提供便利。

1.3.3 不等式求解：在基本不等式的应用中，分离常数法可将复杂的分式不等式转化为简单的整式不等式，降低求解难度。

从初中到高中,分离常数法的核心思想始终是“降次、化繁为简”,但应用场景从单一的分式变形拓展到数列、函数、不等式等多个领域,体现了数学知识的连贯性与拓展性。

2 思维方式提升:从具体到抽象的阶梯式发展

思维方式提升呈现从具体到抽象的阶梯式发展,小学阶段的分数教学以具体形象思维培养为主,学生通过实物操作、图形表征等方式理解分数意义,如将蛋糕平均分成7份取9份的过程,直观感知假分数与带分数的转化关系,此阶段思维训练侧重“具体到具体”的类比,学生通过模仿操作掌握变形方法,虽未形成抽象思维模式,但已初步积累“拆分”“简化”的思维经验,为后续思维进阶奠定基础。初中阶段的分式教学是学生抽象逻辑思维形成的关键时期,教师授课需抓住基本能力和基本技能两大抓手,新课改明确指出不再一味考查解题技巧,而是注重深度挖掘基本知识形成的数学思想和创新能力,本节课通过多环节实现思维提升:类比迁移思维让学生从小学真假分数的“数值大小关系”类比到初中真假分式的“次数关系”,从假分数到带分数的“数值拆分”类比到假分式到“整式+真分式”的“代数拆分”,跳出具体数值局限进入抽象代数思维层面;探究推理思维通过阶梯式问题链引导学生自主探究分离常数法核心原理,经小组讨论、实例分析等形式形成“猜想→验证→总结”的思维过程;分类讨论思维在解决“分式为整数求参数值”问题中得到强化,学生需考虑分母因正负性并排除分母为0的情况,培养严谨细致的思维品质;化繁为简思维则通过分离常数法的恒等变形,将高次分式简化为一次整式与简单真分式的和,帮助学生形成贯穿数学学习过程的思维习惯^[4]。

高中阶段的数学学习对学生思维能力提出更高要求,分离常数法的应用进一步促进辩证思维与系统思维的发展。辩证思维体现为学生需辩证看待分离常数法的应用,既要认识到其简化问题的优势,又要根据具体问题选择合适的变形方法避免机械套用,例如处理某些高次分式时,可结合因式分解、换元法等多种方法,践行“具体问题具体分析”的核心观点;系统思维则源于高中数学知识体系的强系统性,分离常数法作为连接分式、函数、数列、不等式等知识点的纽带,帮助学生建立完整知识网络,学生运用该方法解题时需综合调动初中分式变形、高中函数性质等知识,培养系统整合知识的能力,深刻认识数学知识的整体性与连贯性^[5]。整体而言,小初高三个阶段以分离常数法为思维培养纽带,逐步实现从具体形象思维到抽象逻辑思维,再到辩证思维与系统思维的阶梯式贯通,助力学生数学思维持续进阶。

3 教学实践反思与建议

3.1 教学成效

本节课通过“小初类比、初高衔接”的教学设计,基本达成了预设教学目标。学生能够准确区分真分式与假分式的概念,熟练掌握分离常数法的操作步骤,有效解决“分式为整数求参数值”的中考热点问题,同时对初高衔接知识点有了初步认知。在思维层面,学生的类比迁移能力、探究推理能力和分类讨论能力得到显著提升,初步形成了“化繁为简”的数学思维习惯。

3.2 存在不足

(1)部分学生在处理高次分式分离常数时,对配凑法和大除法的选择不够灵活,存在运算失误;(2)在分类讨论过程中,仍有少数学生遗漏分母的负因数,导致漏解;(3)初高衔接知识点的渗透不够深入,部分学生对分离常数法在高中数列、函数中的应用理解较为模糊。

3.3 教学建议

(1)强化分层教学:针对不同思维水平的学生设计不同层次的练习,基础层侧重基础变形和简单整数解问题,提高层侧重高次分式变形和复杂参数问题,拓展层侧重初高衔接知识点的应用,满足不同学生的学习需求。(2)加强方法对比:在高次分式变形教学中,通过实例对比配凑法和大除法的优劣及适用场景,引导学生根据自身情况选择合适的方法,提高解题效率。(3)深化衔接教学:结合高中数学教材,选取简单的数列、函数例题,让学生直观感受分离常数法的拓展应用,同时布置相关拓展作业,鼓励学有余力的学生提前预习高中相关知识,为初高衔接做好铺垫。(4)注重思维训练:在教学过程中,不仅要关注学生解题方法的掌握,更要注重思维过程的引导,通过提问、追问等方式,让学生清晰表达自己的思维路径,强化抽象逻辑思维、分类讨论思维和化繁为简思维的培养。

4 结论

分离常数法的教学不仅是知识点的传递,更是思维能力的培养和数学思想的渗透。从知识点延伸来看,它连接了小学分数、初中分式与高中数列、函数等知识,形成了完整的知识脉络;从思维方式提升来看,它实现了学生从具体形象思维到抽象逻辑思维,再到辩证思维与系统思维的阶梯式发展。

在小初高衔接的教学视角下,通过“小初类比”建立知识迁移桥梁,通过“初高衔接”拓展知识应用场景,既能降低学生对抽象代数知识的理解难度,又能培养学生的数学核心素养,为学生长远的数学学习奠定坚实基础。未来的教学中,应进一步强化小初高数学知识的连贯性,注重思维能力的梯度培养,让学生在掌握数学知识的同时,真正领悟数学思想的本质。

【参考文献】

[1]中华人民共和国教育部.全日制义务教育数学课程标准[M].北京:北京师范大学出版社,2022.

[2]弗赖登塔尔.作为教育任务的数学[M].陈昌平,唐瑞芬等译.上海:上海教育出版社,1995.

[3]王飞兵.追溯概念本源展现类比魅力——人教版《义务教育教科书·数学》“分式”教学设计[J].中国数学教育(初中版),2016(7):72-75.

[4]马睿,文斌.核心素养下中学数学思想的教学策略研究[J].大学,2025,(11):77-80.

[5]范芳.以类比促思维,借探究获新知——以“分式”教学为例[J].数学之友,2023,37(7):30-31,34.

作者简介:

马宏微(1988--),女,汉族,吉林省松原市人,本科,中学一级教师,研究方向:中学数学教学。