第 9 卷◆第 3 期◆版本 1.0◆2026 年
文章类型：论文|刊号（ISSN）：2630-5178 /（中图刊号）：380GL019

数学建模方法与模型构建过程分析

李亚东
兰州博文科技学院
DOI:10.32629/mef.v9i3.19496

[摘　要] 数学建模作为运用数学语言跟手段处理实际问题的关键路径,本文对数学建模的核心方法体系做了系统梳理,涵盖机理分析、统计分析还有仿真模拟这三类基本方法,讲清楚各方法的理论基础跟应用特点,在这个基础之上,本文详细剖析了模型构建的完整流程,从问题分析、假设提出,到模型建立、求解,再到检验优化的各个步骤,揭示出科学建模的内在逻辑。借助对优化模型、预测评价模型等典型案例的分析,本文归纳了不同类型问题的建模思路与方法选择策略,研究显示,成功的数学建模需要将理论方法与实际问题紧密结合,重视模型的适用性与可靠性验证。
[关键词] 数学建模；模型构建；机理分析；统计方法；模型检验
中图分类号：G623.5　文献标识码：A

Mathematical modeling method and model construction process analysis

Yadong Li
Lanzhou Bowen College of Science and Technology

[Abstract] Mathematical modeling is the key path to deal with practical problems by using mathematical language and means. This paper systematically combs the core method system of mathematical modeling, covering the three basic methods of mechanism analysis, statistical analysis and simulation, and clarifies the theoretical basis and application characteristics of each method. On this basis, this paper analyzes the complete process of model construction in detail, from problem analysis and hypothesis, to model establishment, solution, and then to test optimization. The steps reveal the internal logic of scientific modeling. With the analysis of typical cases such as optimization model and prediction evaluation model, this paper summarizes the modeling ideas and method selection strategies of different types of problems. The research shows that successful mathematical modeling needs to closely combine theoretical methods with practical problems, and attach importance to the applicability and reliability verification of the model.
[Key words] mathematical modeling; model construction; mechanism analysis; statistical methods; model test

引言

伴随科学技术进步跟社会问题日益复杂化,数学建模已经成为连接理论与实践的重要桥梁,从工程设计到经济决策,从生态保护到医疗诊断,数学模型的应用渗透进各个领域,建立科学合理的数学模型,需要深入理解问题本质,挑选恰当的数学工具,遵循规范的构建流程,不过,面对不同性质的实际问题,怎样选择建模方法、怎样把握建模过程中的关键环节、怎样保证模型的有效性,这些问题一直是建模工作者需要思考的核心议题。本文立足于数学建模的方法论层面,系统分析建模方法的分类特征与适用条件,深入探讨模型构建的规范流程与技术要点,并借助典型案例揭示不同类型模型的构建思路,目标是为数学建模实践给出理论指导和方法支撑,推动建模技术在处理复杂实际问题中发挥更大作用。

1 数学建模的基本方法

1.1机理分析法

机理分析法是从事物的内在规律出发建立数学模型的方法,其核心在于运用已知的物理定律、化学原理或经济规律等科学原理来描述研究对象。这类方法通常需要建模者对问题所涉及的专业领域有深入理解,能够识别出支配系统行为的基本法则。例如,在研究物体运动时运用牛顿定律,分析电路问题时应用基尔霍夫定律,研究人口增长采用马尔萨斯模型等。机理模型常以微分方程或差分方程的形式呈现,通过数学推导建立变量之间的定量关系。这种方法的优势在于模型具有明确的物理意义,参数往往对应实际的物理量,模型的外推能力较强。但其局限性也较为明显：对于机理不清晰或过于复杂的系统,难以建立准确的机理模型；某些情况下即使机理明确,由于涉及的方程过于复杂也可能无法求得解析解,需要借助数值方法。

1.2统计分析法

统计分析法不依赖于对系统内部机理的完全认知,而是借助观测数据揭示变量间的统计规律,进而建立数学模型,这类方法的理论基础是概率论与数理统计,常用技术包含回归分析、时间序列分析、判别分析等,在实际应用中,建模者首先需要收集相关数据,然后根据数据特征挑选合适的统计模型形式,借助参数估计确定模型具体形式,最后进行假设检验和显著性分析以评估模型质量。统计方法特别适合处理影响因素众多、内在机制复杂的问题,例如市场预测、质量控制、医学诊断等领域[1],近些年,伴随大数据技术进步,基于机器学习的统计建模方法得到广泛应用,神经网络、支持向量机等算法能够处理高维非线性问题,统计模型的主要优势在于不需要深入了解系统机理即可建模,但其缺点是模型的解释性相对较弱,外推能力受限,且高度依赖于数据的质量和数量。

1.3仿真模拟法

仿真模拟法借助构建系统的虚拟模型,使用计算机来模拟系统运行过程,从而研究系统特性并预测系统行为,蒙特卡洛方法属于最经典的仿真技术之一,借助大量随机抽样来近似处理确定性或随机性问题,在风险分析、排队论、金融工程等地方应用广泛,系统动力学方法更偏重研究系统的反馈结构和动态行为,借助存量流量图描述系统要素之间的因果关系,适合分析复杂社会经济系统的长期演化走向。离散事件仿真则在意系统状态在离散时间点的变化,经常用于生产调度、物流配送等场景,近些年兴起的Agent建模方法,借助定义个体行为规则和交互机制,从微观层面模拟宏观涌现现象,在交通流、疫情传播、市场演化等研究中表现出独特好处,仿真方法的最大特点在于灵活性强,可以处理结构复杂、非线性强的系统,但其不足的地方在于难以给出解析形式的结果,且仿真精度受到模型假设和参数设定的制约。

2 数学模型的构建过程

2.1问题分析与假设

模型构建的起点是准确理解和界定实际问题,这要求建模者深入调研背景资料,与问题相关方充分沟通,明确建模目标和约束条件。在此基础上,需要将实际问题转化为数学语言,识别出关键变量,区分自变量、因变量和参数,建立变量之间可能存在的关系框架。由于实际问题往往涉及众多因素,直接建模会导致模型过于复杂而难以处理,因此需要根据问题的主要矛盾进行合理简化,提出适当的假设。假设的提出应遵循几个原则：一是简化性原则,忽略次要因素,突出主要矛盾;二是合理性原则,假设应符合客观规律和常识;三是适度性原则,既要简化问题又不能过度失真。常见的假设包括连续性假设、均匀分布假设、线性关系假设等。需要注意的是,假设的合理性直接影响模型的适用范围,在后续的模型检验中需要对关键假设进行验证,必要时进行调整[2]。好的问题分析和假设是成功建模的基础,这一阶段工作的质量很大程度上决定了最终模型的实用价值。

2.2模型建立与求解

在明确了问题的数学描述和基本假设后,下一步是建立变量之间的数学关系式,形成完整的模型结构。这一过程需要综合运用数学知识,根据问题特点选择合适的数学工具。对于确定性问题,可能需要建立代数方程、微分方程或差分方程；对于优化问题,需要确定目标函数和约束条件；对于随机性问题,则要引入概率模型。模型建立完成后,需要选择适当的求解方法。有些模型可以通过数学推导获得解析解,这种解的形式明确,便于分析参数变化对结果的影响,但解析求解往往只适用于相对简单的模型。对于复杂模型,通常需要采用数值计算方法,常用的有差分法、有限元法、迭代法等,现代计算工具如MATLAB、Python、R语言等为数值求解提供了强大支持[3]。在求解过程中,需要注意算法的收敛性和计算精度,合理设置初值和步长。对于优化问题,要根据问题的凸性、变量类型等特征选择线性规划、非线性规划或启发式算法。求解得到的结果还需要进行单位检验和数量级检验,确保结果的物理意义合理。

2.3模型检验与优化

模型求解完成后,不能简单地认为建模工作已经结束,必须对模型加以严格检验以评估其有效性和可靠程度,模型检验包含多个层面：第一是理论检验,审查模型的数学推导是否严密,假设是否合理,结果是否符合基本的理论预期。第二是数据检验,将模型计算结果与实际观测数据或历史数据加以对比,评估拟合优度或预测精度,常用的指标包含相对误差、均方根误差、决定系数等;第三是灵敏度分析,考察模型参数的微小变化对结果的影响程度,识别出关键参数,这既能检验模型的稳健性,也能为实际应用给出参考;还可以进行极端情况检验,考察模型在边界条件下的表现是否合理。如果检验发现模型存在较大偏差或不合理之处,需要返回到前面的步骤加以修正,可能需要调整假设、改变模型形式或带进新的影响因素,模型的优化是一个迭代过程,借助多轮检验-修正-再检验,逐步提高模型质量。需要指出的是,任何模型都是对现实的简化和近似,不存在完美的模型,关键是要明确模型的适用范围和局限性,在应用中正确解读模型结果。

3 典型数学模型的构建案例分析

3.1优化模型的构建

优化问题的建模关键在于明确决策变量、目标函数和约束条件。线性规划处理目标和约束均为线性关系的问题,如资源配置和生产计划,建模时需确定资源供需及消耗系数。非线性规划适用于存在边际效应等非线性特征的情况,如规模经济导致的成本函数非线性。整数规划解决变量取整的问题,常见于设施选址和任务分配,求解难度较大需用分支定界法。动态规划将阶段性问题分解为子问题,利用最优性原理求解。多目标优化通过加权法、约束法或Pareto分析平衡冲突目标。优化建模的核心是准确刻画约束关系,选择匹配的模型类型和算法[4]。

3.2预测评价模型的构建

预测与评价是决策支持的重要环节,其建模方法依据数据特征和问题性质而异。当历史数据有限但序列具有一定规律性

时,灰色预测模型展现出独特优势,该方法通过累加生成削弱随机性,建立微分方程进行预测,适用于中短期预测。神经网络模型则借助模拟人脑神经元的连接方式,建立输入输出之间的非线性映射关系,具有强大的自学习和泛化能力,在负荷预测、股价预测等地方应用广泛,但需要大量训练样本且模型的可解释性较弱。评价类问题的建模侧重于构建科学的指标体系和确定合理的权重,层次分析法借助构造判断矩阵,将专家的主观判断转化为量化权重,适合处理难以量化的定性指标,模糊综合评价则运用隶属度函数处理评价中的模糊性,借助建立评价矩阵和权重向量进行综合评判,当评价指标较多且存在相关性时,主成分分析和因子分析可以降低维度,提取少数综合指标替代原始指标,既简化了评价过程又减少了信息损失,预测评价模型的构建需要在意指标选取的全面性和独立性,权重确定的客观性与合理性,以及模型验证的充分性。

3.3综合应用模型的构建

面对复杂的实际问题,单一方法往往难以充分刻画问题的多维特征,需要融合多种建模方法构建综合模型。例如,在供应链优化问题中,既要考虑库存成本、运输成本等可量化因素,又要评估供应商的可靠性等定性因素,这就需要将优化模型与评价模型结合,先通过层次分析法筛选合格供应商,再用线性规划确定最优订货策略。在金融风险管理中,可以结合时间序列分析预测资产价格走势,用蒙特卡洛模拟评估投资组合风险,最后通过优化模型制定资产配置方案。模型选择的策略应遵循问题导向原则,从问题的本质特征出发,判断是机理清晰还是数据驱动,是确定性还是随机性,是单目标还是多目标。同时要考虑数据可得性和计算复杂度,在模型精度与实施成本之间取得平衡[5]。综合模型的构建还需要注重各子模型之间的有机衔接,确保数据流转顺畅,避免出现逻辑矛盾。模型应用的最终目的是为决策提供支持,因此结果的呈现应直观明了,不仅要给出量化结果,还要进行深入解读,分析结果的可靠性和适用条件,提出切实可行的实施建议,使模型真正发挥实用价值。

4 结论

数学建模是连接数学理论与实际应用的桥梁,它的方法体系丰富多样,既有基于第一原理的机理分析,也有基于数据规律的统计推断,还有基于计算机技术的仿真模拟,每种方法都有它适合的场景和局限,建模的人需要根据问题特点灵活挑选,模型构建是一个系统性的过程,从问题分析、假设提出,到模型建立、求解,再到检验优化,每个环节都挺关键,任何一个环节出问题都可能导致模型失败,借助对优化、预测评价等典型模型的讨论能够看出,成功的建模实践需要扎实的数学功底、深入的专业理解和丰富的实践经验。随着计算能力的增强和数据资源的增多,数学建模的应用领域不断扩展,方法也在持续创新,但它的核心思想始终是把复杂问题抽象成数学问题,借助严谨的逻辑推理和科学的计算分析来找寻解决方案,今后的建模工作应当更加关注模型的实用性和可解释性,在追求精度的同时兼顾模型的简洁性,让数学建模真正成为解决实际问题的有力工具。

[参考文献]

[1]夏杭英.经历建模过程形成模型结构——小学“价格问题”数学建模力测评与教学思考[J].教学月刊小学版(数学),2024(6):14-17.

[2]马辰宇,徐章韬.数学建模的认识及其课堂教学设计[J].数学教学,2022(3):35-39.

[3]韦树忠.高中数学建模教学研究——以“最大值与最小值”为例[J].数理化解题研究,2025(22):61-63.

[4]苏汉杰.培养数据分析能力发展数学建模素养——以人口增长函数模型为例[J].中小学数学：高中版,2022(10):61-63.

[5]张震,牛俞骁.基于信息技术的高中数学问题解决与模型分析能力提高方法探索[J].新课程教学(电子版),2025(9):143-145.

作者简介：

李亚东(1992--),男,族,甘肃天水人,本科,助教,现工作单位：兰州博文科技学院,研究方向：应用数学。