

常微分方程教学改革中的几点思考

边慎

北京化工大学

DOI:10.12238/mef.v7i6.8238

[摘要] 本文深入地探讨了作者在常微分方程教学改革进程中的一系列思考与探索。首先,此文着重强调了教学方式与方法的关键意义,以保障学生能够高效且深刻地理解常微分方程的核心概念。其次,文章对教学内容进行了精心的甄别与编排,致力于构建一个既完备又深入的知识架构,让学生不但能够熟稔基础知识,还能够将其灵活运用至后续的专业课程以及现代科学研究当中。此外,本文还密切关注了教学过程中思政建设的融入,竭力在传授知识的同时,培养学生的道德素养和社会责任感。综上所述,本文所提出的教学改革致力于培育既拥有坚实理论基础又具备实践创新能力的学生,为他们未来的学术钻研和职业发展筑牢坚实的基础。

[关键词] 常微分方程; 科教融合; 思政建设

中图分类号: G613 **文献标识码:** A

On the Teaching Reform of Ordinary Differential Equations

Shen Bian

Beijing University of Chemical Technology

[Abstract] This paper deeply explores a series of thoughts in the process of teaching reform of ordinary differential equations. Firstly, this paper emphasizes the key significance of teaching methods and approaches to ensure that students can understand the core concepts of ordinary differential equations efficiently and profoundly. Secondly, the teaching content is carefully discriminated and arranged in the article, aiming to construct a complete and in-depth knowledge framework, enabling students not only to be familiar with the basic knowledge but also to apply it flexibly to subsequent professional courses and modern scientific research. Moreover, this paper also pays close attention to the integration of ideological and political construction in the teaching process, striving to cultivate students' moral qualities and social responsibility while imparting knowledge. To sum up, the teaching reform proposed in this paper is committed to cultivating students who have both a solid theoretical foundation and practical innovation ability, laying a solid foundation for their future academic research and career development.

[Key words] Ordinary Differential Equations; Integration of Science and Education; Ideological and Political Construction

引言

在自然科学与社会科学的研究领域中,对问题的深入探究往往始于数学模型的构建。这些模型不仅包含未知函数和时空变量,还涉及未知函数的导数,从而形成了微分方程。其中,自变量仅为一个的微分方程被特指为常微分方程。作为数学专业的基础必修课,常微分方程不仅是先修课程如高等代数、数学分析的延伸,同时也为后续课程,如数学物理方程、泛函分析以及微分方程数值解等课程提供了坚实的理论基础。随着当前人才培养理念的更新和教学方式、内容的不断优化,本文旨在从以下几个方面对常微分方程的教学改革进行深入探讨。

1 教材和考核方式

在常微分方程的教学中,确定合适的教学方法和考核方式至关重要。这不仅要考虑学生的反馈信息和学校的人才培养方向,还需结合具体的教学材料和学生的实际情况。目前,我们主要参考的教材有文献[1]和文献[2]。文献[1]注重基础知识和习题的练习,其通俗易懂的知识介绍和丰富的习题资源使得它适合基础较好但不易接受新知识体系的学生。然而,它在常微分方程的理论分析方面,如施图姆-刘维尔边值问题和首次积分的介绍相对较少。相对而言,文献[2]内容广泛,理论性强,适合那些接受新知识较快、对科研有浓厚兴趣的学生。但由于其理论难

度较大,且练习题相对较少,对于基础稍弱的学生可能不太适宜。因此,作为任课教师,我们需要结合这两本教材的优点,根据学生的实际水平因材施教。

在考核方式的设计上,我们应注重全面性和公正性。成绩评定不应仅仅基于传统的考试分数,而应综合考虑学生的学习态度、课堂表现、学习和创新能力等多个方面。我们可以设置课堂讨论、小组作业、课外研究等多种形式的任务,鼓励学生积极参与,培养他们的探索精神和创新能力。

2 导入课程的重要性

导入课程在常微分方程教学中具有举足轻重的地位。一个好的开端不仅能激发学生的学习兴趣,还能帮助他们更好地理解课程的整体框架和所学知识的实际应用。在介绍常微分方程的基本概念、定理等理论之前,任课教师精心设计的导入环节至关重要。

在第一章的教学中,任课教师可以先展示社会、化学、生物、物理等领域中常见的常微分方程模型。通过具体的例子,让学生了解到常微分方程在各个领域中的广泛应用,以及不同类型的常微分方程如何描述不同的自然现象和实际问题。例如,物理中的闭合电路问题可以通过非齐次二阶常系数常微分方程来描述;单摆问题和悬链线方程则与半线性二阶常微分方程密切相关;种群生态模型和传染病模型则涉及一阶非线性常微分方程或方程组。

此外,任课教师还可以通过讲述常微分方程诞生的历史背景、它与实际问题的紧密联系以及与现代微积分学的关系,来激发学生的学习热情。通过介绍现代常微分方程的发展现状和前沿领域,可以让学生意识到所学知识的实用性和前瞻性,从而更加主动地投入到后续的学习中。

在导入课程中,教师还可以引导学生学习简单的建模方法,并鼓励他们进行讨论和思考。通过让学生尝试将实际问题转化为常微分方程模型,可以培养他们的建模能力和问题解决能力。同时,这也有助于学生更好地理解常微分方程在实际问题中的应用,以及如何利用所学知识去解决实际问题。

总之,导入课程是常微分方程教学中不可或缺的一环。通过精心设计的导入环节,可以激发学生的学习兴趣 and 积极性,帮助他们更好地理解课程的整体框架和所学知识的实际应用。这将为后续的学习奠定坚实的基础,并有助于培养他们的创新能力和实践能力。

3 精心选择和安排教学内容和教学方法

精心选择和安排教学内容是常微分方程教学中的关键环节,它直接关系到学生对知识的理解 and 应用能力的提升。以下是关于常微分方程教学内容选择和安排的详细阐述:

3.1 内容的选取

3.1.1 一阶微分方程的初等解法:任课教师除了介绍每种方程的解法推导以外,针对每一类方程可以举例说明该类方程的应用,比如变量分离方程可用于求解捕食与被捕食模型,一阶线性微分方程可用于求解物理冷却模型。此外,许多高阶微分方程,如波动方程、KdV方程的行波解问题,一个重要的研究方法就是

将其化归到里卡蒂方程再进行研究。

3.1.2 解的存在唯一性定理:主要介绍一阶微分方程及方程组解的存在唯一性定理,该定理为常微分方程的理论基础,只有方程的解存在且唯一,才能够求出其精确解或利用数值解法求其近似解。这部分内容是重点也是难点,定理的证明涉及到级数的收敛性以及一些基本的积分不等式,因此要求学生提前复习数学分析里相关的理论知识。

3.1.3 线性微分方程组的初等解法:此部分内容需要用到矩阵理论和线性代数方程组的相关知识,教师可以要求学生提前复习高等代数中矩阵的特征值以及线性代数方程组的求解等相关内容,讲授此部分内容可以结合一阶微分方程的理论知识进行类比和推广。

3.1.4 高阶微分方程:包括一般高阶线性微分方程的基本理论、常系数微分方程及欧拉方程的基本解法,变系数线性微分方程的幂级数解法以及几种特殊函数,这一部分内容的讲解宜由简入繁,从二阶微分方程推广到高阶方程,学生需要区分不同类型的高阶微分方程并学习相应的初等解法,学会从递推关系中归纳整理、综合分析数据和信息的能力。在讲解特殊函数时,教师可以从工程技术、物理、生物中的数学模型出发,循序渐进地阐述特殊函数的重要作用,比如讲勒让德方程时,可以从电磁学中的亥姆霍兹方程出发,利用变量分离方法解此偏微分方程,可以化归为求解欧拉方程、勒让德方程和贝塞尔方程[3]。由此可知,只要解出勒让德方程的解-勒让德多项式以及贝塞尔方程的解-贝塞尔函数,即可求出亥姆霍兹方程的解。讲贝塞尔方程时,可以从生物数学中的趋化模型出发,推导出其径向稳态解满足的常微分方程,即为贝塞尔方程的变形,只要找到合适的变换,就可以利用贝塞尔函数求出径向稳态解的表达式,继而推导出模型动态解的初始临界值。教师在这一部分内容中需要启发和引导学生发现不同类型的微分方程以及它们的物理意义,深刻理解高阶微分方程的理论和应用价值。

3.1.5 边值问题:主要讨论二阶齐次线性微分方程的边值问题,该问题在实际生活中经常遇到,如平面上两段固定的弹簧拉离两个端点所在的直线后松开,问弹簧的运动规律以及固定的钢条在压力作用下的弯曲性,这些都是微分方程边值问题的研究内容。本章理论性较强,主要培养学生综合运用数学分析的知识,分析问题和解决问题的能力,从常微分方程的经典问题中发现新问题的创造性思维能力与探索精神。

3.1.6 非线性微分方程及方程组:主要利用首次积分求解非线性微分方程组以及一阶拟线性偏微分方程,要求学生掌握首次积分的判定和求解,了解首次积分的研究与多学科之间的联系。这部分内容应用性比较强,在理论讲解结束之后,教师可以给学生拓展性的介绍利用首次积分求解流体力学中的双曲守恒律方程以及自由落体运动、两体问题等对应的哈密顿系统,这些是流体力学和动力系统领域非常重要且活跃的研究方向之一,有必要让学生了解它们的一些基础知识,开拓学生的视野、培养学习兴趣。

3.2 教学方法与手段

3.2.1 案例教学: 结合实际应用案例, 使学生能够将理论知识与实际问题相结合, 提高解决问题的能力。针对不同的内容, 任课教师可以适时地为学生提供一些相关的科研课题, 有助于提高学生的学习兴趣, 培养学生的科学素养和独立科研的能力, 同时对学生学习常微分方程这门课程有更加深刻的体会。常微分方程这门课涉及到不同物理背景下的多种类型的方程以及数值求解, 为锻炼学生对新知识的探究和解决困难问题的能力, 任课教师可以针对性地布置给学生一些具体的案例, 让学生利用所学的基本理论建立数学模型, 在实践中加深对理论的理解。

3.2.2 启发式教学: 通过提出问题、引导学生思考等方式, 激发学生的主动性和创造性思维能力。在每一章节结束, 可以给学生增加一些拓展练习, 布置一些课堂思考的开放性问题以及遗留的探索性问题, 在原有的微分方程基础上做一些变换, 锻炼学生灵活运用基本方法分析问题解决问题的综合能力。在讲解一阶微分方程和高阶微分方程的初等解法时, 可以阶段性地布置一些编程作业, 包括数学建模、理论分析、数值计算、整合分析等, 四到五个学生为一组, 合作撰写一篇报告论文, 鼓励学生利用Matlab编写程序, 利用Latex等数学软件撰写英文或中文报告, 课堂当场汇报, 锻炼学生的团队协作能力和组织表达能力。

3.2.3 讨论式教学: 组织学生进行小组讨论和课堂交流, 促进学生之间的合作与交流, 提高学习效果。任课教师可以鼓励学生做一些文献综述方面的练习, 比如在讲解首次积分相关章节时, 可以布置团组作业, 要求学生查阅哈密尔顿系统的有关知识以及它们在天体力学等实际问题中的应用, 锻炼学生的自我管理能力和自学能力。

4 教学过程中适时融入思政建设

在常微分方程的教学过程中, 任课教师可以通过介绍科学家人名命名的方程和定理及其背后的故事, 来丰富教学内容, 调节课堂氛围, 并激发学生的学习热情和科研兴趣。以下是一些具体的建议:

4.1 介绍代表性人物及其贡献

比如介绍意大利数学家里卡蒂(Riccati)的生平及其在数学领域的贡献, 特别是他提出的这个以他的名字命名的方程在物理学、工程学等领域的应用。讲述瑞士数学家雅各布·伯努利(Jacob Bernoulli)的成就, 以及他如何通过研究流体力学和弹性力学问题, 提出了伯努利方程。可以介绍瑞士数学家莱昂哈德·欧拉的杰出贡献, 包括他在微分方程、数论、几何等多个领

域的成就, 以及欧拉方程在物理学中的应用。可以介绍施图姆-刘维尔定理在常微分方程边值问题中的应用, 以及施图姆(Sturm)和刘维尔(Liouville)两位数学家的合作与贡献。

4.2 讲述方程的发展历史和应用

比如贝塞尔方程、勒让德方程, 可以介绍这些方程在物理学、工程学特别是振动、波动、量子力学等领域的应用, 并讲述它们是如何被发现和逐步完善的。关于皮卡逼近, 可以讲述皮卡逼近定理的数学意义及其在函数逼近、数值分析等领域的应用, 同时介绍皮卡(Picard)在相关领域的贡献。

4.3 鼓励学生学习 and 探索

通过讲述这些科学家的故事, 鼓励学生树立远大的科学志向, 培养他们不畏艰难、勇攀科学高峰的精神; 引导学生认识到科学研究需要耐心、毅力和严谨的态度, 通过努力学习, 他们也可以在自己的领域做出贡献; 对于有志于攻读研究生的学生, 这些介绍可以作为他们选择研究方向的参考, 帮助他们更好地了解各个领域的研究现状和前景。

5 总结

常微分方程的教学理念需要兼顾基础知识的传授、应用能力的培养以及创新思维的发展。为了实现这一理念, 任课教师需精心设计课程, 确保学生在掌握基础理论的同时, 能够将其应用于实际问题 and 科学研究, 并提升数学软件编程和定性分析的能力。为了实现这些教学目标, 任课教师需要根据学生的水平和反馈信息, 不断调整和优化课程教学大纲。通过灵活运用多种教学方法和手段, 激发学生的学习兴趣 and 积极性, 提高他们的学习效果 and 综合素质, 使学生既能学到基本的理论知识, 又能有自由探索常微分方程前沿知识和理论的发挥空间, 同时结合数学研究的相关课题, 让学生理解常微分方程的重要理论意义 and 实际价值。

[参考文献]

- [1]王高雄,周之铭,朱思铭,等.常微分方程(第三版)[M].北京:高等教育出版社,2006.
- [2]丁同仁,李承治.常微分方程教程(第二版)[M].北京:高等教育出版社,2004.
- [3]吴崇试.数学物理方法(第二版)[M].北京:北京大学出版社,2003.

作者简介:

边慎(1987--),女,汉族,山东人,博士,副教授,研究方向:微分方程。