

大学生数学能力提升路径探究

赵杰梅 范丽丽 王庆芳
武汉轻工大学

DOI:10.12238/mef.v7i7.8683

[摘要] 随着现代教育理念的不断发展,大学生数学能力的培养已经成为新时代数学教学的重要目标。大学生数学能力的提升是一个多维度、多层次的过程,本文仅对大学生数学能力中数学思维能力、数学表达能力、数学建模能力的培养进行探究,以信息与计算科学专业学生为对象,以高等代数课程教学内容为例,探究课程教学改革的模式、多样化的习题、竞赛、线上线下小组讨论等多维度相结合的方式促进大学生数学能力提升,以期能为数学教育改革提供理论依据,为学生全面发展和未来的职业生涯打下坚实的基础。

[关键词] 数学能力; 高等代数; 新时代; 竞赛

中图分类号: O177.5 **文献标识码:** A

Research on the improvement of mathematical ability of college students

Jiemei Zhao Lili Fan Qingfang Wang

School of Mathematics and Computer Science

[Abstract] With the continuous development of modern educational philosophy, the cultivation of college students' mathematical abilities has become an important goal of mathematics teaching in the new era. The enhancement of college students' mathematical abilities is a multi-dimensional and multi-level process. This paper only explores the cultivation of mathematical thinking ability, mathematical expression ability, and mathematical modeling ability in college students' mathematical literacy, taking students majoring in Information and Computing Science as the subject, and taking the teaching content of advanced algebra courses as an example. It explores the multi-dimensional integration of curriculum teaching reform models, diversified exercises, competitions, and online and offline group discussions to promote the improvement of college students' mathematical abilities. It aims to provide a theoretical basis for the reform of mathematics education and to lay a solid foundation for the comprehensive development of students and their future careers.

[Key words] mathematical ability; advanced algebra; new era; competition

引言

在当今快速发展的社会中,大学生数学能力的培养已成为教育领域关注的焦点。数学不仅是自然科学和工程技术的基础,而且在提高逻辑思维、问题解决能力和创新能力方面发挥着重要作用。因此,探究大学生数学能力提升的路径具有重要的现实意义和深远的战略意义^[1,2]。

新时代背景下数学教育与信息技术的结合日益紧密,这主要得益于国家政策的大力支持和推动。教育部发布的《教育信息化2.0行动计划》强调了信息技术与教育教学深度融合的重要性,因此人们越来越关注数学的学习与应用,这给数学能力培养提出了新的挑战。数学能力指个体迅速、成功地完成数学活动(数学学习活动、数学研究活动)的一种稳定的个性特征。应用数学能力是指人们应用数学知识理解、分析和解决在工作、生活以及科学研究中遇到的实际问题的综合能力。培养大学生的

数学及其应用能力,有助于提高分析问题、解决问题的能力,促进就业,以适应新时代复合型人才的需求。大学数学系列课程的学习是后续相关专业课学习的基础,为从事科学研究提供有力的数学工具,为实际问题提供科学的思维方式。近年来,大学数学课程的教学方法和内容的改革如火如荼,其核心理念是“以学生为中心”,改变传统课堂上偏重于单向的知识传授、重知识点和解题技巧,而忽视学生综合能力和素质培养的教学方法和教学理念^[3,4]。培养和提高大学生的数学能力是大学数学教学改革的一个重要课题,是一个需要长期努力的系统工程^[5-7]。实现目标是最大化整个团队的合作效益。本文针对我校信计专业的高等代数课程教学过程中所提出的培养学生数学能力的思路和举措进行阐述,围绕大学生的数学思维能力、数学表达能力、数学建模能力三方面能力的培养进行研究。

1 提升大学生数学能力的路径

大学生数学能力中的数学思维能力、数学表达能力、数学建模能力比较重要。数学思维能力是指学生在学习数学过程中,通过逻辑推理、抽象概括、归纳演绎等方式解决数学问题的能力。这一能力是数学能力的基础,直接影响学生对数学知识的理解 and 应用。教学中可以通过激发学生学习兴趣、数形结合教学方法、创建生活性的教学情境、鼓励学生进行数学质疑、引导学生自行设计问题等措施实现学生思维能力的提高。数学表达能力是指学生能够清晰、准确地用数学语言(包括符号、公式、图表等)表达数学思想、解决问题过程及结果的能力,这一能力有助于学生进行有效的数学交流和合作、增强自信心。数学建模能力是指学生能够将实际问题转化为数学问题,通过建立数学模型进行分析和解决问题的能力。这一能力在解决复杂实际问题中尤为重要,也是知识综合应用的具体表现。

1.1 数学思维能力培养

在课堂教学中,教师应注重数学思维能力的培养,通过问题引导、讨论互动、实践操作、习题巩固等方式,激发学生的数学思维,使学生学会举一反三及知识的融会贯通。例如在讲解线性方程组解的情况这部分内容,先给出一个高中接触过的三元一次方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -2 \end{cases} \quad (1)$$

对方程组(1)求解过程中,引导学生总结对方程做了哪些变换,有交换两个方程的位置,一个方程乘以相应的倍数加到另一个方程上,方程两边乘以一个不为零的数三种变换,以上三种变换称为线性方程组(1)的初等变换,进而再引导学生,让他们发现对方程组所做的初等变换实质上是系数的变换,从而引入增广矩阵的概念及矩阵的初等行变换的概念。接着,对三元线性方程的求解问题推广到任意的 n 元线性方程组求解问题上,如针对 n 元线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_{s1}x_1 + a_{s2}x_2 + \cdots + a_{sn}x_n = b_s \end{cases} \quad (2)$$

讨论方程组(2)的解的情况。让学生先思考方程组解分几种情形,并总结什么情形下有解(有唯一解、无穷多解)、无解。引导学生理解唯一解情况下和克拉默法则之间的对应关系。通过小组讨论、全班讨论等形式,学生可以分享自己的思考过程和解决方案,互相启发,从而加深对该知识的理解。最后针对解的三种情况举例练习。通过实际解题,学生可以将抽象的数学概念具体化,从而更好地理解和掌握该知识点。

课后设计多样化的练习题目,包括基础练习、综合练习和应用练习,基础练习用来巩固基础知识,综合练习考查知识的理解

及运用,应用练习考查学生把实际问题抽象出数学问题并解决问题的能力,从而帮助学生在不同情境中应用所学知识解决问题。还要设置有难度梯度的题目,循序渐进,也可设置一些通过阅读书籍和文献自主完成的题目,逐步提高学习积极性,培养自主解决问题的能力。例如在行列式计算、逆矩阵的计算中,鼓励学生自学MATLAB软件进行计算并用来检查自己的计算结果是否正确。这样既提高了学生的学习积极性和自觉性,又锻炼了其自主学习的能力。对线性变换这样抽象的概念启发学生与空间解析几何建立联系,进一步理解线性变换的几何意义。

鼓励学生参加数学竞赛,参加数学竞赛对数学思维能力的培养具有显著的促进作用,数学竞赛不仅是对学生数学能力的考验,也是对他们心理素质、策略规划和时间管理等多方面能力的挑战。通过参与数学竞赛,激发学生对数学的兴趣,能够在竞争和合作中提升自己的数学素养和综合能力。

1.2 数学表达能力的培养

数学表达能力是数学能力及数学素养的重要组成部分,对于数学学习和数学交流至关重要,因此教师应强调数学语言的准确性和逻辑性,指导学生如何用数学语言清晰、准确地表达自己的思考过程和结论,数学表达能力分书面表达能力和口头表达能力。对于书面表达能力训练过程中,课上我们鼓励学生在解题过程中进行详细的书面表达,清晰地写出解题步骤和思路。例如,在行列式的计算过程中,要在等号上面标注出来每次所做的变换,在化矩阵为阶梯型矩阵过程中,也要标注清楚所做的变换,在定理证明中,要写清楚因果关系等,养成良好的书面表达习惯,对初学高等代数的学生和竞赛答题有一定的好处。对于口头表达训练,在课堂上设置讨论环节,鼓励学生之间的交流与合作,通过思维的碰撞来提高表达能力,通过课堂展示和讲解活动,培养学生的口头表达能力。学生可以通过板书讲解自己的解题思路和方法,在小组中分享自己的解题思路和方法,通过互相学习和交流,提高表达能力,同时接受老师和同学的反馈,从而提高表达能力和自信心,让学生在交流中提升数学表达能力。同时要注重教师的示范作用,教师在课堂上应使用精准的数学表达,并在学生表达不准确时,用数学术语重述他们的解决方案,以树立榜样教师可多样化的评价方式,如个人报告、小组报告、口头表达等多种评价方式,帮助学生了解自己的表达能力水平,发现不足并进行改进。

1.3 数学建模能力的培养

全国大学生数学建模竞赛是一项重要赛事,旨在提高全国高校数学建模教学与竞赛水平。学生们参加的热情很高涨,为此在授课过程中需多引入实际问题,引导学生进行数学建模思维的培养,高等代数课程内容是数学建模的重要理论基础。在经济学习中,可以使用矩阵来表示经济学中多个经济变量之间的关系,例如有两个市场,每个市场有两种商品,商品1和商品2。用矩阵

来表示这两个市场的供求关系 $\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$, 其中 S_{11}, S_{21} 分

别表示第一个市场的供给量, 分别表示第二个市场的供给量。

S_{12}, S_{22} 还可以表示市场需求、价格影响等。在机器学习的支持向量机和主成分分析中, 特征向量通常以矩阵的形式表示, 用于训练模型。例如有一个二维数据集, 包含两类数据点。

类+1: (2, 2), (4, 4)

类-1: (1, 1), (3, 3)

要使用支持向量机来区分这两类。需要将数据点表示为矩

阵 $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T$ 。在计算机图形学中, 矩阵用于表示图形

的旋转、缩放和平移等变换。可使用2x2矩阵可以表示二维空间的线性变换, 而3x3矩阵可以表示三维空间的变换等。在多智能体系统的一致性控制问题中, 会用一个微分方程来对多智能体进行建模, 根据Lyapunov稳定性分析其一致性问题, 中间涉及到矩阵方程的求解及对称矩阵的正定性问题。再比如利用最大特征值和特征向量, 可以有效地解决数学建模中经典的组队问题。涉及到如何将一组人分配成多个小组, 使得每个小组的合作效果最佳。为此, 需要找到一个分配方案, 使得每个小组的内部合作效益最大。这个问题可以转化为一个最大特征值问题, 即特征向量中数值相近的成员应该被分配到同一个小组, 以最大化组内的合作效益。此方法还可以用于其他需要优化分配的场景, 如资源分配、任务调度等。这样通过简单的例子, 让学生了解不同类型的模型, 理解它们的结构和用途, 理解的基础之上, 鼓励创新和尝试不同的方法来解决, 不拘泥于传统思维。

2 课程反思与教学改进

每次教学活动后, 我们都及时反思教学效果, 分析学生的学习情况和反馈, 调整教学策略。例如, 通过课堂观察和问卷调查, 了解学生数学思维能力、表达能力、建模能力的水平。根据反思结果, 教师不断改进教学策略, 优化教学设计, 更新教学内容。特别要关注学生的差异, 针对学生在某些知识点上的理解困难, 教师可以设计更有针对性的练习和辅导, 以提高学习效果。同时利用数学软件、在线资源等现代科技手段, 丰富教学内容和形式。教学过程中, 课程组老师们不断提升自身的专业素养和教学能力, 对课程的深入理解、教学方法的创新应用以及对学习过程的指导和反馈方面都有所增强, 如翻转课堂、探究式学习等,

提升学生的学习积极性和主动性。

3 结论

新理论新技术的涌现、当代大学生成长背景和认知心理的变化等都给大学生数学能力培养提出了新的挑战。数学能力的培养是一个系统化的过程, 涉及多方面的内容和方法。通过合理的教学设计、多元化评价体系和有效的教学实践, 可以大大提升学生的数学思维能力、数学表达能力和数学建模能力。本文仅以高等代数课程为例分析数学能力提升路径, 期望能够在实际教学中得到应用和推广, 进一步促进数学教育的改革和发展。

[基金项目]

湖北省级一流本科课程——高等代数1(2022443); 武汉轻工大学青年教学研究项目(XQ2024019)。

[参考文献]

- [1]李国慧. 基于翻转课堂教学模式的大学生数学能力提升[J]. 潍坊学院学报, 2015, 15(02): 101-104.
- [2]储亚伟, 李诺, 周诺诺, 等. 基于解释结构模型(ISM)的大学生在线自学能力提升策略研究——以数学与应用数学专业为例[J]. 文山学院学报, 2024, 37(02): 88-92.
- [3]魏连鑫. 大学数学教学应重视学生四种能力的培养. 上海理工大学学报, 2021, 43(1): 81-84.
- [4]李大潜. 关于高校数学教学改革的一些宏观思考[J]. 中国大学教学, 2010(1): 7-9.
- [5]余旭洪, 金露莎, 李珊. 培养大学生数学应用能力的教学改革思路. 上海理工大学学报, 2019, 41(3): 282-286.
- [6]杨永富, 胡真, 官奕波. 新工科导向下大学数学课程创新能力培养体系的构建与实践[J]. 大学数学, 2022, 38(05): 45-51.
- [7]吴会咏, 任保铁, 王欣彦. 分阶段递进式高等数学教学新模式研究与实践[J]. 大学数学, 2024, 40(03): 37-43.

作者简介:

赵杰梅(1984--), 女, 汉族, 黑龙江人, 博士, 副教授, 从事应用数学研究。

范丽丽(1981--), 女, 汉族, 湖北人, 博士, 教授, 从事偏微分方程理论研究。

王庆芳(1989--), 女, 汉族, 湖北人, 博士, 副教授, 从事偏微分方程理论研究。