

教育教学

中学数学解析几何解题教学中直观想象素养的培养策略

夏倩

重庆三峡学院 404020

DOI: 10.12238/jief.v7i1.12129

[摘要] 在中学数学教学中，解析几何以其理论体系完备与解题方法灵活而备受关注，但很多学生在学习过程中往往难以将抽象的数学概念与立体空间的直观想象相结合，导致解题思路僵化与效率低下。为此，教师需要从直观想象素养的培养入手，帮助学生在解析几何解题中形成更活泼而灵活的思维模式。本文从解析几何教学的典型难点切入，探讨直观想象素养的重要内涵与教学障碍，并基于教学设计、课堂引导与评价反馈三个层面提出一条具有可操作性的培养策略路径。文章认为，通过合理设置情境任务、运用多种图形变换与可视化手段以及注重学生对几何关系的动态理解，能够有效提升其在解析几何中的空间思维能力与综合解题水平，从而实现对数学核心素养的更深层次培育。

[关键词] 解析几何；直观想象；数学核心素养；可视化教学；培养策略

The cultivation strategy of intuitive imagination accomplishment in the teaching of analytical geometry problem solving in middle school mathematics

Xia Qian

Chongqing Three Gorges University 404020

[Abstract] In the course of middle school mathematics teaching, analytical geometry has attracted much attention due to its complete theoretical system and flexible problem-solving methods. However, many students are often difficult to combine abstract mathematical concepts with the intuitive imagination of three-dimensional space, which leads to the rigid thinking and low efficiency of problem-solving ideas. Therefore, teachers need to start with the cultivation of intuitive imagination quality to help students to form a more lively and flexible thinking mode in the analysis of geometric problem solving. From analyzing the typical difficulties of geometry teaching, this paper discusses the important connotation and teaching obstacles of intuitive imagination quality, and puts forward an operable training strategy path based on the three levels of teaching design, classroom guidance and evaluation feedback. The paper believes that by reasonably setting situational tasks, using a variety of graph transformation and visualization means, and paying attention to students' dynamic understanding of geometric relations, their spatial thinking ability and comprehensive problem solving level in analytical geometry can be effectively improved, so as to realize the deeper cultivation of mathematical core literacy.

[Key words] Analytic geometry; intuitive imagination; mathematics core literacy; visualization teaching; training strategy

随着新课改的不断深化，数学教育更加注重学生核心素养的发展，而直观想象作为数学核心素养的重要组成，对于提高学生理解抽象概念与空间思维能力具有举足轻重的作用。解析几何作为中学数学中紧扣代数方法与几何思维的关键领

域，往往要求学生能够在坐标体系中处理线与面的关系，同时对图形结构进行观测与推断，但不少学生仅仅依赖公式与代数演算来解题，缺乏对图形的动态想象与几何本质的洞察力。如何通过更系统与有效的教学方法来培养学生的直观想象素养，

将成为中学数学解析几何教学改革的重要课题。

一、解析几何教学中直观想象素养的意义与障碍

(一) 直观想象素养在解析几何中的价值

解析几何是将几何问题转化为代数方程来求解的一门学科分支,这种方法在一定程度上降低了几何证明的难度,但也容易使学生忽略空间思维和图形理解的重要性。直观想象素养在解析几何中可以帮助学生更好地理解点与线和圆锥曲线之间的相互位置关系,引导他们用图形思维去推断方程的变化趋势与几何意义,从而在解题时更快判断关键步骤并减少无效运算^[1]。仅仅依赖公式套用和机械运算处理解析几何问题的学生,面对变型问题或复杂构图时会遇到挑战,而具备良好空间想象能力的学生能通过构建图像,预判距离和交点,这在解决问题的策略和精确度上大有裨益。培养直观想象能力不仅促进了解题技巧的提升,它还促进了学生对图形与方程的全面理解,特别是在数学的广度上。这种素养在物理或工程等空间分析密集型学科中,能让他们更自如地运用,增强创新和解决问题的灵活性。通过使用几何可视化软件或动态变换工具,学生在解析几何的学习中能直观体验曲线的动态变化和位置移动,这种实践操作加深了他们对几何概念的理解,通过反复的直观与计算互动,知识掌握更为扎实。这种素养并非局限于单一问题的解决策略,它渗透进学生思维的深层结构,使他们能流畅地在几何与代数之间切换,进而深化对几何原理与方程关系本质的理解。培养学生的直观想象能力对科研与创新至关重要,它在解析几何教学中起着无可估量的基石作用,是任何学习过程中的核心要素。

(二) 学生常见的直观想象障碍及成因

尽管直观想象在解析几何教学中的作用十分重要,但在实际课堂中,不少学生却存在严重的想象障碍,主要表现在不能将坐标方程与几何图形建立起有效联系,以及无法在脑海中动态模拟图形的平移与旋转等变化。成因往往是多方面的,其中一个关键原因在于学生从初中开始就习惯了机械刷题和公式记忆的模式,对几何概念和图形变换缺乏足够的感性体验。当他们面对解析几何的方程或不等式时,脑海里往往只有代数层面的符号操作,缺少对图形形态的感知。再者,一部分教师在教学中也更偏向于用代数方法处理问题,注重对方程推导或算法步骤的展示,却忽视了几何本身的可视化解释和方法思想的直观呈现,使学生失去了对图形世界的好奇与探索^[2]。此外,不同学生的学习基础和兴趣各不相同,对一些空间思维较弱或对图形感兴趣不足的学生来说,如果在刚接触解析几何时遇到挫折就会进一步降低对图形思考的动力,逐渐形成恶性循环。教学进度紧张和考试压力也导致师生都倾向于用更直接的解题套路来解决问题,很少花时间在探索性的想象活动和自由绘图练习上。所有这些综合起来,就造成了学生在解析几何中对直观想象的重要性缺乏认识,无法发挥图形思维的

优势,也缺乏足够的正面反馈来验证他们在几何重构或想象上的努力价值。

(三) 传统教学中忽视直观想象的弊端

传统解析几何教学多半依赖教材提供的几何模型或简单的坐标示意图,教师在课堂上强调如何将几何问题转化为方程,再通过方程求解来得到结论,这种思路固然直截了当,但往往让学生误以为解析几何等同于代数计算,忽略了图形思维在理解与检验过程中的作用。这种单向的知识传递不仅容易让学生陷入公式化解题的陷阱,也导致他们在遇到稍微灵活的题目时无法进行合乎逻辑的探索。例如,对于一条抛物线与一条直线如何相交的问题,学生大多会立即设方程联立求解,再用判别式判断交点数目,很少主动去构思直线与抛物线相交时可能存在的位置关系,以及抛物线开口方向、顶点坐标对交点数量的影响。缺乏直观想象练习的后果不仅体现在解题思路狭窄上,也会影响到学生的学习兴趣 and 长远发展,他们往往认为学解析几何就是大量运算,枯燥无味,更别提在图形创造或几何建模方面有所建树。更为严重的是,如果教师在讲解中也鲜少谈及几何图形的形变与可视化过程,学生就失去了训练空间想象和几何抽象的良好机遇,也不能形成借助简单图形搭建复杂图像的构思能力。长此以往,解析几何在学生眼中就变得更加抽象与难以掌握,失去了它与几何直观相结合所带来的魅力。实际上,正是因为传统教学忽视了直观想象这一环节的系统培养,才让解析几何在很多学生那里成为“学不懂、怕考试”的难关,这种弊端亟须在课程设计与教学方法上进行重新审视与改进。

二、直观想象素养培养的核心策略与实施路径

(一) 情境化设计与多元可视化工具运用

教师在培养学生解析几何的直观想象能力时,首要任务是设计情境化教学,选取贴近学生认知水平的实例,通过这类问题引导他们生动理解几何概念,从而激发他们对图形世界的探索兴趣。通过在教学初期通过生活实例或简化版自然现象,比如光线轨迹的抛物线展示,能帮助学生直观理解抛物线方程,这种方法常用于课前预习或课堂导入。同样,通过引导学生探讨道路转弯半径与圆轨迹的关系,也能深化他们对圆周运动原理的理解。成功的场景化设计能激发学生对坐标建模的浓厚兴趣,这不仅因为能激发他们的图形想象,还促使代数与几何的结合更紧密,两者相得益彰。教师可以通过电子白板、几何画板或三维建模软件等多元可视化工具,引导学生亲手操作,观察点线位置变化如何影响方程,以提升他们对图形思维的理解,这种方法在教学中能有效增强直观感受^[3]。在抛物线、在椭圆曲线教学中,让学生通过互动操作,如移动焦点或准线,能生动展示参数变化如何塑造曲线,这样的动态体验远比仅依赖文字描述和静态图像更能引发他们对几何形状的直观理解和探索欲望,提升他们的形象理解和学习兴趣。

(二) 通过关键变换引导思维拓展

解析几何的直观想象往往源于对关键变换的理解,如平移、旋转和对称等操作。在解题时,若能引导学生主动运用这些变换,有助于增强他们对图形与方程关系的感知能力,同时加深对几何本质的认识。教师在日常教学中,常把“思维转换”作为明确教学目标,通过实例,比如引导学生通过平移坐标轴简化方程,或通过对称性分析曲线在坐标轴上的分布,通过练习来实践这一目标。学生逐步理解变换的基本概念后,教师可以引导他们探索更复杂的旋转与翻折问题。这类操作通常会导致解析几何中方程形式的变化,同时有助于培养学生的图形想象和推理能力。设计问题并开展互动讨论,引导学生主动参与,而非单纯被动接受公式推导的过程。通过设计让学生探索直线绕椭圆中心旋转产生交点的数学问题,他们能更具体地理解图形运动与代数方程如何动态互动,这无疑能深化他们对几何与代数间深层联系的理解。学生掌握这些核心变换的概念后,就不会仅限于记忆特定题型的解法。他们会在遇到新问题时,思考几何元素在变换中的变化过程,进而结合代数方法或分析特殊位置关系来解决问题。

(三) 深度实践中从经验反思到抽象建模

要让学生突破感性层面的局限,教师应引导其从动手实践中提炼出抽象模型,从而在解决更多数学问题时培养出具备迁移性的思维方法。在实际教学中,教师可安排更多“先实践后总结”的环节,例如让学生先动手绘制图形或利用软件展示动态变化,观察图形特征及曲线趋势。之后,学生可以通过小组讨论完成归纳和猜想,最后再回归解析几何的公式推导与证明。这种方法有助于加深学生的理解。学生们在这一阶段常对观测到的“特性”产生强烈归纳热情,对细节产生探究疑惑,这往往激发他们以主动、创新的方式探索坐标方程和几何原理。这种互动促使他们更深入地理解这些概念。教师应认识到,这一过程并非仅仅是展示或演示的延续,而是一次建模实践的机会。学生需要通过代数表达来刻画观察到的图形特征,并在方程调整中逐步提升模型的精确性,从而获得更深入的理解。比如,可以引导学生对圆锥曲线的特定性质开展实验与猜想,接着通过抽象建模的方式,将观察结果归纳为若干假设或命题,并借助代数方法完成验证过程。这种深入的实践方式不仅让学生的好奇心得到激发,还促进了对直观想象和抽象推理之间关系的理解。学生对解析几何的认识也从具体的习题解答,逐步拓展为更具系统性的几何代数思维模式^[4]。学生通过反复实践和理论提炼,他们的直观想象能力会逐渐稳固并拓展,这种在解析几何中的图形理解和建模技巧会迁移到其他数学领域,乃至未来职业生涯,为创新思维的形成提供持久动力。

(四) 综合推进形成性评价与过程性反思

在解析几何学习中,要真正培养并巩固直观想象能力,仅

靠一两次活动体验难以实现。教师需要借助形成性评价和过程性反思,对学生的学习路径进行持续跟踪与指导,同时关注具体的学习环节和思维发展。在日常的作业、在课堂互动和小组讨论环节,教师可以加入与图形思维相关的评价标准。比如,看学生是否会主动画辅助图,能否基于关键变换提出几何猜想,以及解题时是否善于运用几何特性进行推理,而不仅仅依靠公式计算。这样能更全面地评估学生的思维能力。评价结果可以采用等级描述或者口头反馈的形式展现,帮助学生了解自身在直观想象方面的优势与劣势所在。教师可以设计微型测试或阶段小测,重点评估学生在几何图形判断与推理方面的能力。例如,提供曲线图的部分信息让学生推测方程形式,或者让学生将文字描述进行可视化重构,并简要说明代数推理的思路^[5]。通过这些多样化、采用多样化的评估方式可以持续观察学生的直观想象能力表现,这种方式有助于学生快速获得反馈并及时进行调整。在这个环节中,教师需要引导学生在完成图形推断或关键变换后,通过记录思考过程或开展同伴互评来深理解。让学生将观察结果与运算结论相互对照,从而发现自身在几何直观和空间想象方面的不足或创新点。

三、结束语

总之,要在解析几何教学中培养学生的直观想象能力,教师不仅要增加图形思维和可视化方法的应用,还需设计一套系统且持续的教学方案,让学生深入理解几何与代数的内在联系。通过情境化设计、通过系统地学习关键的思维转换、深度操作实践以及精确的评价机制,学生们逐渐克服了对解析几何的传统观念,将复杂的数学方程与直观的图形世界相融合,这有助于他们显著增强对空间概念的理解和解决复杂问题的技巧。学校需要建立多维协同机制和长效保障措施,借助教研组的统筹规划以及跨学科的合作方式,为教学改革提供持久动力,从而让直观想象素养在数学学习及实践中发挥更大作用。只有这样,解析几何教学才能成为学生拓展数学思维和挖掘创造潜力的重要平台,并在学生的成长过程中持续促进数学核心素养的发展。

[参考文献]

- [1]动态数学技术融合初中动态几何问题的教学研究[D].王思敏.广西师范大学,2021
- [2]动点问题教学中初三学生数学思维能力培养研究[D].周鑫辉.延边大学,2020
- [3]在几何画板中强化基本图形法解决几何动态问题的教学研究[D].冯梦霞.华中师范大学,2019
- [4]中考数学中动态几何问题的研究[D].孙月欣.河南大学,2019
- [5]几何画板辅助平面几何中动点问题的教学实践研究[D].刘珠伊.湖南师范大学,2019