

基于不同版本三角函数内容的比较与分析 ——以高中数学人教 A 版和 B 版为例

王英艳¹ 库兰·朱玛汗²

1 昌吉学院 2 数学与数据科学学院

DOI:10.12238/jief.v4i3.5174

[摘 要] 三角函数是高中数学的重要内容,掌握这部分内容对高中数学学习是必要的。国情所致,我国现行有多版教材,用不同的方式呈现相同的知识点。融合不同版本的优劣之处对于教材编写和数学教育具有重要意义。本文选取人教A版与B版教材三角函数相关内容为研究对象,从版面设计、框架结构、教材呈现方式、教材难度、例题数量五大维度进行比较研究,以期教材编写和一线教学提供理论依据。

[关键词] 高中数学;教材比较;三角函数

中图分类号: G623.5 **文献标识码:** A

Comparison and analysis of trigonometric functions based on different versions

— Taking the PEP version A and version B of high school mathematics as examples

Yingyan Wang¹ Kuran Jma Khan²

1 Changji University 2 School of Mathematics and Data Science

[Abstract] Trigonometric function is an important content of high school mathematics, and it is necessary to master this part of the content for high school mathematics learning. Due to national conditions, there are many versions of teaching materials in China, which present the same knowledge points in different ways. It is of great significance for textbook compilation and mathematics education to integrate the merits and demerits of different editions. In this paper, the trigonometric functions of textbooks of edition A and edition B of People's Education Edition are selected as the research object, and a comparative study is made from five dimensions: layout design, frame structure, presentation mode of textbooks, difficulty of textbooks and number of exercises, in order to provide theoretical basis for textbook compilation and front-line teaching.

[Key words] High school mathematics; Comparison of teaching materials; Trigonometric functions

1 问题提出

教材是服务于教师与学生的工具,因此在教材编写的过程中,教师与学生的使用体验是最重要的考量因素。数学教材也是如此,它是课程目标和教学内容的具体体现,是教师讲授学科知识的根据,也是学生掌握相关内容的首要出发点。在中学数学的诸多知识点中,有一个向来被视为重点难点的内容,那便是三角函数。作为基本初等函数之一,它不仅是高中阶段的重要内容,还是学生在进入大学之后学习高等数学的重要基础。学习三角函数,首先要了解几何中圆的相关性质,在三角函数研究时,会采用到代数式变形和函数图像分析,所以三角函数是几何与代数之间起连接作用的重要桥梁。此外,作为重要的数学模型之一,三角函数在描述周期方面起重要作用,因此它与其他学科的联系十分紧密,尤其是物理和天文之类的高难度课程。所以关于三

角函数内容的教学,是高中数学的难点之一。因此,在教材比较的相关研究中,三角函数的热度向来居高不下。如胡典顺等人在对PEP教材与UCSMP教材的比较中,从知识结构,知识处理方式,知识覆盖范围以及习题设置四个方面对三角函数内容进行比较,在系统的分析研究之后得出,知识的系统性与严谨性在PEP教材中更加得到重视,相比之下,UCSMP教材注重的则是知识的直观性^[1]。张瑛比较了人教A版与北师大版高中数学教科书三角函数的知识编排、内容设置等,在研究中指出,教师应采用数学史、布鲁姆学习理论、类比思想和变式题五个教学策略来辅助课堂教学,用以活跃课堂气氛,提高教学效率和学业质量^[2]。而现有对人教A版、B版的三角函数内容比较的文献较少。因此,本文从宏观和微观角度对人教A版和B版的三角函数内容进行比较研究。

2 研究设计

2.1 研究对象

本研究选取中国人民教育出版社于2019年出版的《普通高中教科书必修1(A版)》^[3](以下简称“人教A版”)和《普通高中教科书必修3(B版)》^[4](以下简称“人教B版”)。两版教材虽然都是由人民教育出版社出版,但由于出自不同的编者,也就承载了编者对于《课程标准》的不同理解,从而呈现出诸多异同。因此,本文将两版教材中的三角函数内容选作研究对象展开研究。

2.2 研究思路与方法

以人教A版和B版的三角函数内容为研究对象,运用文本分析法、统计法和比较研究法对两版教材中关于三角函数的内容进行比较。从宏观和微观两方面对两套教材进行分析。在对研究对象进行客观全面的分析之后,得到最终的研究结果。

3 研究过程及结果

3.1 教材宏观比较

3.1.1 版面设计

两套教材在版面编写设计方面存在着不少异同点。两版教材都是以段落叙述为主,并在侧面配有注释、图例、简介等,从而引起学生对相关知识的探索与总结,并会对得出的公式利用文本框框示或文字高亮的方式注明,利于学生对重点进行把握。不同点在于,人教B版在由问题引出概念的过程中,对于相关结论会通过设计填空的方式让学生自行填写,要求学生在探究的过程中不断思考。人教A版则是完整的给出探究过程,让学生可以轻松地从整体层面进行理解。而在设计例题时,人教B版会将例题的答案集中放置于习题下方,这样学生在看到答案之前会先有一个思考的过程,人教A版则是在例题中直接给出答案。

3.1.2 框架结构

在人教A版教材,三角函数内容安排在必修第一册的第五章,人教B版的三角函数内容安排在必修第三册中的第七、八章,两版教材主要内容框架结构相差不大。其编写差异较大的地方主要有三个地方。首先,两版教材章节安排差异。人教A版中将三角函数全部放在一章并放在一系列函数体系中进行研究,三角函数是函数的一个分支,在学三角函数之前,先认识函数的其他分支,比较符合学生学习的思维习惯以及心理认知发展。而人教B版将三角恒等变换放在向量的数量积后面进行学习,由于在学习三角函数的过程中,还穿插了向量的数量积,两角和与差等相关知识,因而易造成知识的割裂。其次,两版教材的内容差异。人教A版教材在讲三角函数概念时,利用单位圆来引入,删除了有关三角函数线的知识点,这样使得三角函数的知识点更加简洁、知识模块连贯清晰,人教B版则保留有三角函数线的内容。最后,两版教材知识点编排顺序的差异。人教A版的安排是先把正弦函数和余弦函数的图像放到一起对比,然后就两个函数的性质进行学习,之后再正切函数的图像与性质类比介绍而出。人教B版则是分别学习了三种函数,在介绍了各函数的图像之后,紧接着介绍它们的相关性质。由此来看,人教A版教材的内容编排,有意让学生把握知识点之间的变化,注重知识的联系性。人

教B版教材则是通过正弦函数的图象与性质整体学习之后来类比余弦函数,更注重知识的系统性与完整性。

3.2 教材微观比较

3.2.1 教材呈现方式的比较

教材呈现方式是教材合理与否的重要考量因素。本文从以下两点,对两版教材的呈现方式进行比较。

第一,章前引言的比较分析。在引言部分,人教A版教材将三角函数的内容都放在一章,章引言相比于人教B版教材较显得十分简练,且引言中引用的案例都是生活中和科学实验中常见的具有周期性的现象,注重数学在生活中的实际应用。在例子选取方面,人教A版教材涉及了天文、物理等,并由此引入各章内容。人教B版教材则是选取摩天轮的例子贯穿始终。此外,人教A版选用文字描述,人教B版则部分内容选用数学符号语言描述。相比之下,人教B版教材所举例子由于比较传统,所以在激发学生的学习兴趣方面就略显不足。而人教A版教材的例子比较有时代性,用类似讲故事的方法引入而非为了讲授知识而讲授知识。先将学生引导入数学知识的发生发展情境中,再带领学生推理解析数学知识的来龙去脉,最终展现数学知识如何解决现实问题。这样环环相扣的逻辑之下,既能让学生的学习目标更加明确,又易于培养学生对数学学习的兴趣。

第二,与信息技术的整合的比较分析。信息技术的发展可以帮助人们更快速的解决许多数学问题,激发学生对于信息技术的学习和利用是一件十分有意义的事。两版教材均设计了信息技术应用与计算机操作的相关内容,但也存在一些差异,如在弧度制与角度制的换算中,人教A版直接利用计算器进行运算,而人教B版则是利用GeoGebra、Excel进行运算。此外,在人教A版中,教材特意以讲解计算机如何计算出三角函数为例,在让学生学习了计算机程序如何计算出任意角三角函数之后,更要求学生根据已有思路编写一个程序,得出一个三角函数表。学以致用,正是教学最理想的结局。而人教B版则是专门设置了相关习题,以巩固学生使用信息技术解决此类问题的能力。

3.2.2 课程难度的比较分析

本文借助孔凡哲、史宁中教授等在《现行教科书课程难度的静态定量对比分析》中建立的课程难度模型: $N=aS/T+(1-a)G/T$ ($0<a<1$)^[5],试图从课程广度、课程深度和课程难度三个维度来刻画人教A、B版三角函数部分的课程难度。具体情况表1所示:

表1 两版教材三角函数课程难度对比统计表

	课程 时间	课程 广度	课程深 度	可比广 度	可比深 度	课程难 度
人教 A 版	$T_A=23$	$G_A=23$	$S_A=1.8$	$G_A/T_A=1$	$S_A/T_A=0.0782$	$N_A=0.5391$
人教 B 版	$T_B=23$	$G_B=24$	$S_B=1.8$	$G_B/T_B=1.043$	$S_B/T_B=0.0782$	$N_B=0.5608$

根据表1可知,在课程难度方面,人教B版教材比人教A版的课程难度略高。在可比广度方面,人教B版比人教A版大。由于是同一课标下的两版教材,因此在课程时间、课程深度与可比深

度方面两版教材是保持一致的。

3.2.3教材例题与习题的比较分析

笔者对比了人教A、B版教材中所设置的例题数量,结果如表2所示。两版教材的例题设置均有如下四类:例题、练习、习题和复习题,但人教B版多了一类即课题作业,并且人教B版教材在例题、习题两方面的数量明显更多,而在习题和复习题两方面的数量较少。总的来说,两版教材都配备有足够数量的题目以供学生进行必要训练以巩固相关知识,但人教B版教材过多的题目数量设置会增加学生的学习负担。

表2 两版教材三角函数内容例题统计情况

	例题	练习	习题	复习题	课题作业	合计
人教A版	38	82	90	27	0	237
人教B版	61	155	58	23	17	314

4 结论与启示

4.1把握知识逻辑,引导学生思考

一般而言,数学的知识点都比较复杂,以三角函数为例,从其定义到图像,性质,再到运用三角函数解决实际问题,这其中有一个逻辑严密的过程。在学习每一个环节时,若掌握不牢,就会影响对下一环节甚至整个知识的学习。因此在每一个环节里,都应该注重引导学生思考,让学生参与到知识点从引出到结论的推导之中,明白数学知识发生发展的整个过程,才能对其有良好掌握。在这一点上,人教B版教材设计的更好,无论是概念引入的相关结论,还是例题答案,人教B版教材都是使用设置填空的方式要求学生自行填写。这样的安排之下,在学生填写空格的过程中,既对推理过程做了一遍复习,又明白了整个推理过程的结论所在。

4.2紧扣现实生活,注重知识运用

数学起源于人类早期生产活动,它存在的意义,就是帮助人类对事物的抽象结构与模式进行严格描述。数学可以应用于现实世界的任何问题,因此在教材设计之时,必须把握住这个学科特性,不能让知识成为“教材中的知识”。在对两版教材的比较之中发现,在章前引言部分,人教A版教材列举了地球自转公转、昼夜与四季交替、圆周与简谐运动等例子。而人教B版教材只用了摩天轮一个事例贯穿始终。虽然两版教材的章前引言都能体现数学来源于日常生活,但是相比之下,人教A版更能体现出数学这门学科在生活中运用的广泛性以及它与其他学科之间存在的紧密联系。在素材选取方面也是,人教A版教材的素材数量更

多,且取自生活中的方方面面,既有表格、文字,又有场景图、实物图,真正让学生明白了,数学是一门来自于生活的学科,对数学的学习,目的也在于将其运用于生活。

4.3融合信息技术,展望学科发展

数学需要研究数量、运算、结构、空间、图形、信息等数学概念。从诞生之初到如今,数学已经得到了磅礴的发展,其研究的问题也更深入,更复杂。在面对那些数值巨大或者运算繁琐的数学问题之时,人脑的运算就显得十分乏力。这种情况下,就需要借助一门如今发展迅速的学科——信息技术。信息技术不仅能帮助我们解决数学中的复杂运算,也能帮助构建数学模型,以便对数学知识得到更直观的理解。对信息技术的运用,既可以解决当下面对的数学问题,又对数学在未来的发展具有重要意义,因此,培养学生对于信息技术运用的能力,是教材,是一线教育义不容辞的责任。在本文研究之中发现,两版教材在三角函数部分,均设计了信息技术应用的相关内容。教导学生运用计算器,或是GeoGebra、Excel等软件进行运算,还设置了专门的习题,来锻炼和巩固学生使用信息技术的能力。

【参考文献】

- [1]朱少卿,胡典顺.中美高中数学教材的比较研究——以三角函数内容为例[C].全国数学教育研究会2012年国际学术年会论文集,2012:1291-1297.
- [2]张瑛.高中三角函数教学研究[D].内蒙古师范大学,2016.
- [3]人民教育出版社,课程教研究所,中学数学课程教材研究开发中心.普通高中教科书(A版)数学(必修第一册)[M].北京:人民教育出版社,2019.
- [4]人民教育出版社,课程教研究所,中学数学教材实验研究组.普通高中教科书(B版)数学(必修第三册)[M].北京:人民教育出版社,2019.
- [5]孔凡哲,史宁中.现行教科书课程难度的静态定量对比分析——以初中数学课程标准实验教科书“不等式”,“四边形”课程内容为例[J].教育科学,2006(03):40-43.

作者简介:

王英艳(1997--),女,苗族,贵州凯里人,硕士研究生,昌吉学院,研究方向:数学教学法。

库兰·朱玛汗(1973--),女,哈萨克族,吉木萨尔人,硕士生导师,研究方向:数学教育。