

信息技术赋能数学教学——破洞容器盛水问题的深度探究

刘飞飞

上海立信会计金融学院附属高行中学

DOI:10.12238/mef.v8i9.12998

[摘要] 本文将以立体几何教学中的破洞容器盛水问题为例,深入探讨信息技术在数学教学中的关键作用和显著优势。课题还注重学生的实践操作,让学生在解决问题的过程中提升数学素养。通过信息技术,抽象的数学概念可以以生动形象的方式呈现,复杂的数学问题可以借助各种软件和工具进行深入剖析。因此,推动信息技术与数学课程的深度融合,成为实现高效数学教学、达成教学目标的必由之路。

[关键词] 信息技术; 数学教学; 深度探究

中图分类号: G422 **文献标识码:** A

Information technology empowers mathematics teaching—In-depth exploration of the problem of water holding in broken containers

Feifei Liu

Shanghai Lixin Accounting and Finance College Affiliated High School

[Abstract] This paper will take the problem of water holding in a broken container in solid geometry teaching as an example to deeply explore the key role and significant advantages of information technology in mathematics teaching. The topic also focuses on students' practical operation, so that students can improve their mathematical literacy in the process of solving problems. Through information technology, abstract mathematical concepts can be presented in a vivid way, and complex mathematical problems can be deeply analyzed with the help of various software and tools. Therefore, promoting the deep integration of information technology and mathematics curriculum has become the only way to achieve efficient mathematics teaching and achieve teaching objectives.

[Key words] information technology; mathematics teaching; in-depth inquiry

引言

在教育不断革新的时代背景下,《新课程标准》为我国普通高中教育绘制了清晰的发展蓝图。其核心任务是全方位促进学生的全面发展,同时充分尊重并激发学生的个性潜能。新的培养目标将提升学生综合素质置于关键位置,着重强调发展学生的核心素养。这不仅要求学生扎实掌握学科知识,更要具备强大的综合运用知识解决实际问题的能力。对于教师而言,新课程标准犹如精准的导航,助力教师在教学过程中精准把握教与学的深度和广度,使教学活动更具针对性和有效性^[1]。

1 立体几何教学中的难点与信息技术的优势

1.1 立体几何教学的难点

立体几何作为高中数学的重要组成部分,对于培养学生的空间观念、逻辑思维和空间想象能力具有不可替代的作用。然而,由于其研究对象从平面图形拓展到了三维空间,学生在学习过程中面临诸多困难。立体几何中的概念和定理往往较为抽象,需要学生具备较强的空间想象力才能理解和运用。例如,异面直

线的夹角、二面角的平面角等概念,对于学生来说很难在脑海中构建出清晰的几何模型。同时,立体几何中的证明和计算问题也需要学生具备严谨的逻辑推理能力和良好的空间感知能力,学生常常在复杂的图形和条件中迷失方向,难以找到解题的思路和方法。

1.2 信息技术在立体几何教学中的优势

信息技术的飞速发展为解决立体几何教学中的这些难点提供了新的途径和方法。以GeoGebra软件为代表的数学教学软件,具有强大的图形绘制和动态演示功能。它可以在计算机屏幕上精确地绘制出各种立体几何图形,并且能够通过旋转、缩放、剖切等操作,让学生从不同的角度观察图形,直观地感受图形的空间结构和性质。例如,在讲解棱锥的体积公式推导时,可以利用GeoGebra软件动态演示将棱锥分割成多个三棱锥的过程,使学生清晰地看到棱锥与三棱锥之间的体积关系,从而更好地理解体积公式的推导过程。此外,信息技术还可以通过虚拟现实(VR)和增强现实(AR)技术,为学生创造沉浸式的学习环境,让学生仿

佛置身于立体几何的空间世界中,更加直观地感受和探索空间几何的奥秘。

2 破洞容器盛水问题的提出与分析

2.1 问题呈现

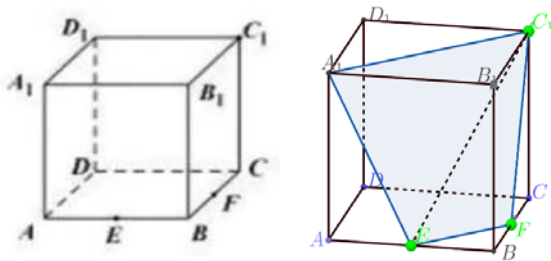
题目:如图右1和右2,棱长为2的正方体容器 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是棱 AB, BC 的中点,在 E, F, C_1 处各有1个小孔(孔的大小忽略不计),则该容器可装水的最大体积为_____

2.2 学生的错误解法及原因分析

错解:容器最大盛水体积应是水面过 E, F, C_1 三点的截面,

三棱台 $BEF-B_1A_1C_1$ 的体积等于 $\frac{1}{3}(S+S'+\sqrt{SS'})h=\frac{7}{3}$,

所以最大盛水体积是 $8-\frac{7}{3}=\frac{17}{3}$;



分析:学生初次接触这道题时,大部分同学凭借直觉认为容

器最大盛水体积对应的是水面过 E, F, C_1 三点的截面。基于这一判断,他们计算出三棱台的体积,进而得出最大盛水体积的答案。

然而,这种解法是错误的。学生出现错误的主要原因在于,他们仅仅依靠直觉和经验进行判断,没有深入思考问题的本质。在立体几何中,很多情况下直观的感觉并不能代替严谨的推理和证明。对于破洞容器盛水问题,水面的形状和位置会随着容器的放置和水的流动而发生变化,不能简单地认为过某几个点的截面就是盛水体积最大的情况。此外,学生在解决这类问题时,缺乏系统的分析方法和空间想象能力,难以全面考虑各种可能的情况。

2.3 教师引导下的深入讨论

讨论:

师:盛水体积最大一定是过三点的截面吗?(学生若有所思)

生:也可能过两点的截面盛水体积最大;(师继续追问)

师:截面过哪两点时盛水体积最大呢?(生认真思考)

生:过 EF, EC_1, C_1F 都有可能;

师:截面可能过一个点时盛水体积最大吗?(思考、讨论)

生:不可能,因为过一个点的截面总可以随着过这个点的截面旋转到另一个点时,盛水体积达到最大;所以要讨论的是截面过两个点和三个点时的盛水体积最大问题;而过三个点已经解决,所以只需要讨论截面过 EF, EC_1, C_1F 时的盛水体积比较。

师:非常好,同学们可以分组讨论,用GeoGebra做一个数学小试验,然后分别汇报结果。

3 利用GeoGebra软件解决破洞容器盛水问题的过程

当截面过 EF 时,通过GeoGebra软件的动态演示,学生清晰地看到截面多边形的变化过程。从最初的五边形逐渐变化到六边形,最后变为四边形。在这一过程中,随着截面的不断变化,盛水体积呈现出逐渐增大的趋势,直至 E, F, C_1 三点共面时盛水体积达到该情形下的最大值。但通过与其他情形的对比分析,可知这种情况盛水体积不一定是整个问题中的最大体积。这一结果表明,仅考虑过 EF 两点的截面情况是不够全面的,还需要进一步探究其他可能的截面。

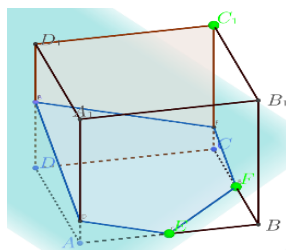


图1

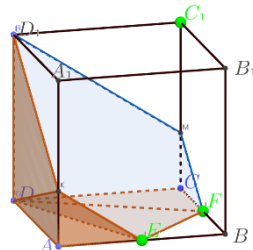


图2

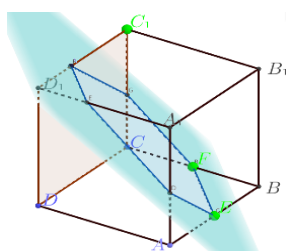


图3

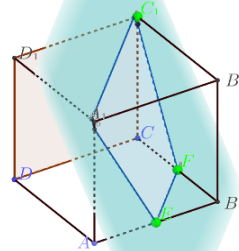


图4

3.1 综合分析结论得出

综合三组不同情形的深度探究,通过直观的软件演示感受

与严谨的推理计算,最终得出结论:得出当截面过 EC_1 且截面与 CD 的交点位于 CD 中点和点 C 之间时,盛水体积最大为6;而不是我们凭直觉算出的 $\frac{17}{3}$;所以同学们在遇到新问题时,

不仅要学会利用信息技术帮助我们抽象的问题形象化,更要注重逻辑推理的运用。

4 破洞容器盛水问题解决过程中的核心素养培养

4.1 直观想象素养的提升

在利用GeoGebra软件解决破洞容器盛水问题的过程中,学生通过对软件中动态图形的观察和操作,能够直观地看到截面的变化以及水的体积变化情况。这种直观的感受帮助学生在脑海中构建起更加清晰的空间几何模型,提升了他们的直观想象素养。学生不再仅仅依赖于抽象的文字和图形描述,而是可以通过软件的演示,从不同的角度观察和分析问题,从而更好地理解空间几何的概念和性质。例如,在观察截面多边形的变化过程中,学生能够直观地感受到不同形状的截面与盛水体积之间的关系,这对于他们理解空间图形的变化规律具有重要意义。

4.2 逻辑推理素养的发展

解决破洞容器盛水问题不仅需要直观想象,更需要严谨的逻辑推理。在讨论不同截面情况下的盛水体积时,学生需要运用数学知识和方法进行分析 and 计算。他们需要建立数学模型,运用几何定理和公式进行推导和证明,从而得出准确的结论。在这个过程中,学生的逻辑推理能力得到了充分的锻炼和发展。例如,在计算三棱台体积和分析体积变化趋势时,学生需要运用到空间向量、导数等数学知识,通过严谨的推理和计算,得出体积的表达式和最值情况。这种逻辑推理的训练不仅有助于学生解决当前的问题,更对他们今后学习和研究数学以及其他学科具有重要的促进作用。

4.3 数学抽象素养的深化

破洞容器盛水问题本质上是一个数学抽象问题,需要学生从实际问题中抽象出数学模型,并运用数学知识进行求解。在解决问题的过程中,学生需要忽略容器的材质、小孔的实际形状等非本质因素,将问题抽象为一个纯粹的立体几何问题。通过对不同截面情况的分析和计算,学生进一步深化了对数学抽象的理解。他们学会了如何从复杂的实际情境中提取关键信息,构建数学模型,并运用数学方法进行求解。这种数学抽象素养的深化将有助于学生更好地理解和应用数学知识,解决更多的实际问题。

4.4 数学运算素养的提高

在计算不同截面情况下的盛水体积时,学生需要进行大量的数学运算。从简单的几何图形面积和体积计算,到复杂的函数求导和最值分析,学生的数学运算能力得到了全面的锻炼和提高。在运用GeoGebra软件的过程中,学生不仅可以通过软件进行直观的观察和分析,还可以利用软件的计算功能进行辅助计算,验证自己的计算结果。这种将手动计算与软件计算相结合的方式,既提高了学生的计算效率,又增强了他们的计算准确性和自信心。通过解决破洞容器盛水问题,学生在数学运算方面的能力得到了显著的提升,为今后学习更高层次的数学知识打下了坚实的基础。

5 信息技术与数学课程深度融合的启示与展望

5.1 对教学方法的启示

破洞容器盛水问题的解决过程表明,信息技术与数学课程的深度融合能够为教学方法带来创新和变革。教师可以借助信息技术工具,如GeoGebra软件、数学建模平台等,设计更加生动有趣、富有挑战性的教学活动。通过创设问题情境,引导学生自主探究和合作学习,让学生在解决实际问题的过程中掌握数学知识和方法,提升核心素养。同时,信息技术还可以实现教学过程的个性化和差异化,教师可以根据学生的学习情况和特点,为学生提供针对性的学习资源和指导,满足不同学生的学习需求^[2]。

5.2 对教师专业发展的要求

信息技术与数学课程的深度融合对教师的专业发展提出了更高的要求。教师不仅要具备扎实的数学学科知识和教学技能,还要掌握一定的信息技术应用能力。教师需要不断学习和探索新的信息技术工具和教学方法,将其有效地融入到数学教学中。同时,教师还需要具备课程设计和开发的能力,能够根据教学目标和学生需求,整合信息技术资源,设计出高质量的数学课程。此外,教师还应具备一定的教育研究能力,能够对信息技术与数学课程融合的教学实践进行反思和研究,不断改进教学方法和策略,提高教学质量。

5.3 对未来数学教育的展望

随着信息技术的不断发展,未来数学教育将呈现出更加多元化和智能化的趋势。虚拟现实、增强现实、人工智能等新兴技术将进一步融入数学教学中,为学生创造更加沉浸式、个性化的学习环境。数学教育将更加注重培养学生的创新思维和实践能力,通过开展数学建模、数学实验等活动,让学生在解决实际问题的过程中,提高综合运用数学知识和信息技术的能力。同时,信息技术还将促进数学教育资源的共享和公平分配,让更多的学生能够享受到优质的数学教育资源。

总之,信息技术与数学课程的深度融合是数学教育发展的必然趋势。通过破洞容器盛水问题的案例分析,我们看到了信息技术在解决数学教学难点、培养学生核心素养方面的巨大潜力。在今后的教学中,我们应积极探索信息技术与数学课程融合的有效途径和方法,充分发挥信息技术的优势,为学生的数学学习和未来发展提供有力支持。将信息技术与课堂教学进行有效整合,合理地利用技术,把技术无缝地整合于课堂之中,使之成为对研究有用的工具和得力的助手,达到无之则难、有之则易的境界^[3]。

[参考文献]

- [1]朱伟卫.基于DIMA平台的高中数学实验课程建设与实施[J].高中数学教与学,2018(1):9-16.
- [2]朱伟卫,杨术林.高中数学DIMA创新实验室的建设与应用[J].教学与管理,2021(6):40-43.
- [3]谭云奇.核心素养下“四驱”教学活动探索——以“勾股定理”教学为例[J].湖南教育(B版),2024,(03):50-52.

作者简介:

刘飞飞(1986--),女,吉林省松原市扶余县人,本科,一级教师,从事的研究方向:数学教学研究。