

# 高等代数课程对于拔尖创新人才培养体系的探索

张杰萌 易璇

武汉工程大学数理学院

DOI:10.12238/mef.v8i16.16661

**[摘要]** 高等代数作为数学学科的核心基础课程,其抽象性、逻辑性及应用性特征在拔尖创新人才的数学思维、问题解决能力和跨学科创新能力培养中具有独特价值。本文结合“双一流”建设背景,分析高等代数课程在思维训练、学科交叉和科研能力培养中的定位,探讨通过课程内容重构、教学模式创新、评价体系改革等路径,构建“基础厚植—思维进阶—创新实践”三位一体的培养体系,并分析其实践效果与推广价值。这些改革都为今后有效提升学生的数学素养与创新能力提供参考,为拔尖人才培养提供可借鉴的课程范式。

**[关键词]** 高等代数; 拔尖创新人才; 课程改革; 思维培养; 实践教学

**中图分类号:** G423.07 **文献标识码:** A

## Exploration of the Cultivation System for Top-notch Innovative Talents in Advanced Algebra Courses

Jiemeng Zhang Xuan Yi

School of Mathematics and Physics, Wuhan Institute of Technology

**[Abstract]** As a core foundational course in mathematics, Advanced Algebra possesses distinct characteristics of abstraction, logical rigor, and applicability, endowing it with unique value in cultivating mathematical thinking, problem-solving skills, and interdisciplinary innovation capabilities among top-notch innovative talents. Against the backdrop of the "Double First-Class" initiative, this paper analyzes the role of Advanced Algebra in fostering thinking training, interdisciplinary integration, and research capability development. It explores pathways such as curriculum restructuring, innovative teaching models, and evaluation system reforms to establish a trinity cultivation system of "solid foundation building - thinking advancement - innovative practice." Additionally, the practical effects and promotional value of this system are examined. These reforms provide references for effectively enhancing students' mathematical literacy and innovative abilities in the future, offering a replicable course paradigm for the cultivation of top-tier talents.

**[Key words]** Advanced Algebra; top-notch innovative talents; curriculum reform; thinking cultivation; practical teaching

### 引言

在“加快建设世界重要人才中心和创新高地”的战略需求下,高校肩负着培养具有国际竞争力的拔尖创新人才的历史使命。国家层面上,高校肩负着培养基础研究人才、国家急需高层次人才和基础研究后备力量的重任;个体层面上,“00后”学生群体的自主意识和价值体系也在社会与媒体的影响下多元化发展<sup>[1]</sup>。数学作为基础学科,其教育本质不仅是知识传授,更是思维方式与科学素养的培育。2020年,教育部印发《关于在部分高校开展基础学科招生改革试点工作的意见》,为高校数学专业教学体系构建和创新人才培养方向提供了明确的目标指引<sup>[2]</sup>。高等代数以抽象代数结构、逻辑推理和数学建模为核心,是连接基

础数学与应用领域的关键纽带。同时,课程涵盖代数学发展史、科学家事迹、学科前沿动态等育人素材,能够培养学生的人文素养和责任意识。目前,高校在开展“高等代数”课程教学时,常面临重知识轻思想、重理论轻应用两大难题<sup>[3]</sup>。如何通过课程改革激活其育人功能,成为数学拔尖人才培养的重要课题。

高等代数课程是高等院校数学学科专业学生的基础课程,目前部分高校的理工科专业也将线性代数课程替换为高等代数课程。这意味着部分理工科专业已经将线性代数这种工具类课程更换为高等代数这种侧重理论性的课程,表明这些专业对学生的要求更注重构建抽象理论体系,培养学生严谨的数学思维能力。这也使得我们的研究所针对的范围更加广泛,研究意义更加重大。

高等代数课程是现代数学的理论基石,它是抽象代数的核心前导,构建了线性空间、线性变换的公理化体系,为群/环/域等抽象结构提供了具体模型。同时,它也是贯通数学其他分支的枢纽,包括泛函分析(无限维线性空间理论的根基)、微分方程(线性系统解的结构依赖矩阵特征理论)、微分几何(切空间、张量运算以及多重线性代数为基础)、数值计算(矩阵分解是算法设计的核心工具)。高等代数课程的重要性还体现在其广泛的现代应用领域,是现代科技、工程和技术的通用语言和基础工具,如图1所示。

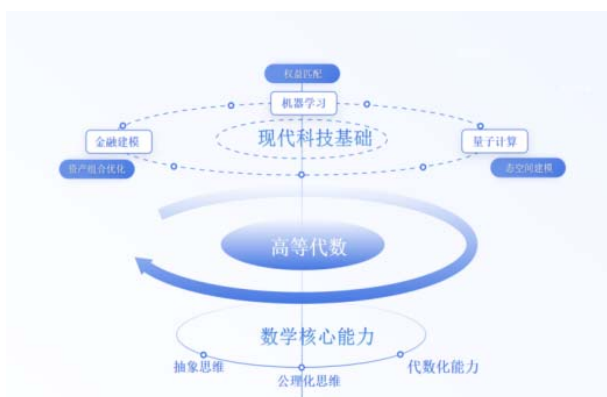


图1 高等代数核心内容及应用思维导图

## 1 高等代数课程的育人定位与挑战

### 1.1 课程的核心育人价值

高等代数的核心价值体现在三个层面:

(1) 思维奠基: 通过线性空间、矩阵理论等内容,培养学生从具体到抽象的建模能力、公理化思维和逻辑演绎能力,这些是创新思维的底层基础。而这正是高等代数带来的最核心、最深刻的思维训练。通过严密的逻辑演绎,构建起整个宏伟的理论大厦(如维数理论、特征值理论、Jordan标准形等<sup>[4,5]</sup>)。这种追求逻辑严谨性、清晰性和必然性的思维习惯,是所有科学研究的基础。

(2) 学科交叉: 代数结构在计算机科学、物理、工程等领域的广泛应用(如密码学中的群论、量子计算中的矩阵分析、计算机科学中的算法优化、经济学中的线性规划等),使其成为跨学科创新的工具性课程,为其提供理论依据。深度挖掘抽象数学内容与应用案例的契合点,将案例和数学基础理论相融合,不仅能激发学生的好奇心和对数学的兴趣,还可以提高学生的理论水平和实践能力<sup>[6]</sup>。毫不夸张地说,只要问题涉及数量、结构、空间变化和关系,高等代数就能提供强大的工具。

(3) 科研启蒙: 课程中蕴含的数学思想(如不变量理论、结构分析、标准型理论)、公理化思维的启蒙、严谨的逻辑推理与证明能力等,都可直接转化为科研方法论,助力学生早期参与学术研究。因此,在课堂教学中培养学生的科研能力<sup>[7]</sup>,以科研视角对教学内容进行设计、准备、实施,对推进课程教学理念现代化、教学知识体系现代化,以及对科研方向梯队人才的培养与选

拔有着广泛而深远的意义<sup>[8]</sup>。反过来,以科研反哺教学为切入点,探索组建理科创新型教学团队,以此促进教学高质量发展<sup>[9]</sup>。

### 1.2 传统教学的局限性

传统教学模式存在三方面问题:

(1) 重知识轻思维: 教学侧重定理证明与计算训练,学生只是机械地记忆公式与结论,而教师忽视对“为什么要研究此类结构”“如何提出问题”的引导<sup>[10,11]</sup>。

(2) 跨学科融合不足: 实验和课程设计环节与实际应用脱节,知识转化链条断裂,导致理论与实践之间的脱节,使得学生难以在实际应用中充分运用所学的理论知识<sup>[12]</sup>。缺乏与前沿领域的关联案例,学生难以感知代数理论的现实生命力。

(3) 教学方法和评价单一化: 传统教学主要是课堂上教师讲授定理证明和理论推导,着重强调其高度的抽象性和严密的逻辑性。而以习题和闭卷考试为主的评价体系,难以量化创新思维与实践能力的发展<sup>[13-15]</sup>。

## 2 “基础厚植—思维进阶—创新实践”培养体系的构建与实施

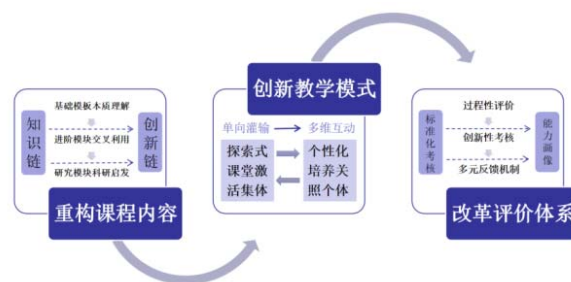


图2 “基础厚植—思维进阶—创新实践”培养体系框架

“基础厚植—思维进阶—创新实践”培养体系框架如图2所示,旨在超越传统高等代数课程中知识与技巧的单一传授模式,构建一个以“知识内化、思维升华、能力外显”为核心理念的三阶递进式教学范式。该体系将课程目标从“学生知道什么”重新定位为“学生能用代数知识思考什么、解决什么”。通过系统性的教学设计,引导学生完成从扎实的代数基础建构,到严谨的数学思维训练,最终实现初步的数学创新与实践应用的全过程,为培养未来数学研究与应用领域的拔尖创新人才奠定坚实的代数根基。

### 2.1 重构课程内容: 从“知识链”到“创新链”

#### 2.1.1 基础模块: 强化核心概念的本质理解

问题驱动教学: 以“线性方程组的解结构如何反映空间性质”“矩阵相似对角化的几何意义是什么”等本原问题串联知识点,引导学生追问理论的“必要性”与“合理性”。在教学过程中通过精心设计的问题驱动,助力学生突破抽象知识壁垒,激发学生探索知识热情,显著提升核心知识细化吸收。

历史脉络融入: 介绍莱布尼茨、克莱姆、诺特等数学家的思想演进,如从代数方程求解到抽象代数结构的诞生,展现数学创造的思维轨迹。回顾伽罗瓦如何从方程根的可解性条件中提

炼出群的结构, 让学生体会到数学直觉如何引导抽象概念的诞生。介绍数学家如阿贝尔、伽罗瓦的传奇经历, 或希尔伯特公理化思想的深远影响, 传递坚持不懈的科学精神、对真理的追求以及对知识确定性的哲学思考。

### 2.1.2进阶模块: 引入现代代数思想与交叉应用

前沿内容下放: 在向量空间章节引入量子态的线性表示, 在多项式理论中介绍纠错码原理(如RS码的代数构造), 在线性变换章节引入图像处理、人脸识别技术, 以此来体现代数理论的当代价值。

跨学科案例库建设: 开发“代数在生物系统建模中的应用”、“社交网络中的图论与矩阵分析”, 实现“基于奇异值分解的图像压缩算法”编程实践等案例, 将每章节所涉及到的跨学科案例进行整理, 用于学生在课程学习中的课程学习内容, 引导学生利用代数工具解决复杂系统问题。

### 2.1.3研究模块: 搭建科研启蒙平台

小型研究项目: 布置“探索不同数域上线性空间的结构差异”“矩阵秩不等式的推广与应用”等开放性课题, 要求学生查阅文献、设计证明路径并撰写研究报告。在动手操作的过程中将所学知识进行消化吸收后再进行实际操作的演练, 强化抽象知识的掌握, 激发科研动力。

师生共研机制: 吸纳学生参与教师科研项目, 如代数组、量子代数等方向的基础计算, 通过“做中学”体验科研流程。学生在学习行列式计算后, 就可以进行特殊序列的Hankel行列式的计算, 发现规律, 总结规律, 证明规律, 完成科研初体验, 真正参与科研项目。

## 2.2创新教学模式: 从“单向灌输”到“多维互动”

### 2.2.1探究式课堂的设计

苏格拉底式提问法: 如图3所示。在讲解线性变换时, 通过“你认为线性变换最核心的任务是什么? 它和我们之前学过的函数有什么异同?”“我们为什么要在“变换”前加上“线性”这个限定词? 这个“线性”具体指的是哪两种最重要的性质?”“如果我们只知道一个变换对空间的一组基向量做了什么, 是否足以确定这个变换对空间中任何一个向量做了什么?”“如何用矩阵刻画变换的本质特征?”“不同基底下矩阵的差异反映了什么?”“我们为什么如此关心“线性”? 研究非线性变换不是更复杂、更普遍吗?”等问题链, 引导学生自主构建理论框架。

可视化与计算工具辅助: 利用Mathematica、Python、MATLAB等软件演示矩阵的特征值分布、二次型的几何图形, 将抽象概念转化为直观体验, 同时培养学生计算和编程思维。

### 2.2.2分层教学与个性化培养

动态分组机制: 根据学生基础与兴趣, 将班级分为“基础巩固组”“创新拓展组”。前者主要针对的是课程内内容的学习和巩固, 以通过考试为最终目的, 教师重点关注学生对于课堂知识的掌握和计算。后者可加入专业课老师的科研团队, 配备科研导师, 根据学生兴趣进行科研工作或者竞赛准备。而动态性体现在

每个学期在期中的时间让学生根据自身情况进行适时调整, 充分发挥学生的自主选择性和自主能动性, 真正意义上做到“因材施教”。

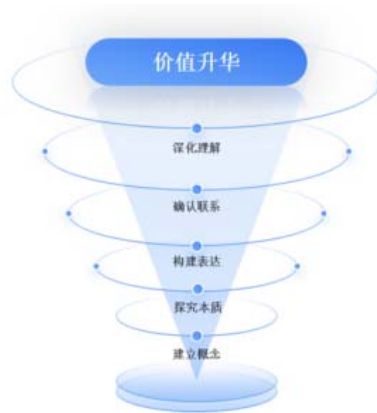


图3 苏格拉底式提问法

线上线下混合式学习: 通过MOOC平台(如中国大学MOOC)提供拓展资源。课堂建立优学院, 学习通或者雨课堂, 除了发布上课配备的教学PPT外, 完善短视频讲座。可以将学生反馈的重点、难点或习题等相关问题录制15分钟左右的短视频, 便于学生反复观看。创建在线自测题库, 将每个知识点配备选择题、填空题、简单计算题等, 用于学生自我检测理解程度, 系统及时反馈。利用讨论区开展“代数猜想擂台赛”, 学生分组讲授“线性变换在不同基下的矩阵表示”并展开辩论等活动, 激发主动学习兴趣。线下部分主要承担知识内化与应用的功能, 增加课堂上的小组协作、课堂汇报、深度答疑、针对性辅导等内容。混合式学习的核心是通过重新设计教学流程, 将线上学习的便利性、个性化与线下面对面教学的深度、互动性有机结合, 实现“1+1>2”的显著效果。

### 2.2.3改革评价体系: 从“标准化考核”到“能力画像”

过程性评价: 占比30%, 包括课堂提问、小组讨论、研究报告、编程实践作业等, 重点考察学生思维活跃度与问题解决能力, 把学习到的理论知识转化为实际应用或操作的能力。

创新性考核: 占比30%, 主要考察学生在学习知识过程中加入的科研团队所作出的贡献或成果, 以创新性方案、研究报告、小组合作项目方案、参加与课程相关的竞赛获奖、撰写科研论文等为评分核心。

多元反馈机制: 引入学生互相评议, 科研导师评价(针对应用类项目), 竞赛指导老师评价, 形成多角度能力评估报告。

“基础厚植—思维进阶—创新实践”培养体系为高等代数课程注入了新的活力。它通过环环相扣、层层递进的设计, 实现了知识、能力与素养的深度融合。该体系不仅确保了学生对核心内容的牢固掌握, 更重要的是, 它系统化地训练了学生的抽象思维、逻辑推理与创新实践能力, 使其不仅成为高等代数的“学习者”, 更成为线性思维模式的“拥有者”和数学工具的创新“运用者”, 从而完美契合新时代对创新型、复合型、拔尖型人才的培养要求。

### 3 实践成效探索

#### 3.1 预期实施成效

本项目旨在通过高等代数课程的创新来培养拔尖创新人才体系,在2025级信息与计算科学专业两个班级65人实施预期成果如下:

(1) 基础知识牢固:参加高等代数考试学生,及格率能够达到90%以上;学生平均成绩能够在75分以上;90分以上的高分学生能够占比超过20%。

(2) 思维能力提升:学生获得全国大学生数学竞赛(数学类)一等奖2项,参与此项竞赛的学生达到专业人数的70%以上;学生获得全国大学生数学建模竞赛国家一等奖1项;学生结合高等代数的应用完成项目,获得大学生创新创业竞赛省级奖项若干。

(3) 科研参与度提高:参与课程相关科研项目学生占比提升至30%,其中3名以上学生在本科阶段以第一作者发表SCI论文或者中文核心期刊论文。3名学生能够在专业老师指导下申报校长基金项目,并成功结项。

(4) 跨学科应用能力增强:学生在“互联网+”“挑战杯”等竞赛中,利用代数模型解决区块链共识机制、生物网络分析问题,获国家级奖项1项,省级奖项3项。

#### 3.2 现存挑战与对策

**挑战:**部分学生对抽象概念的理解仍存在困难,跨学科案例的深度融合需要更多行业资源支持,需要团队老师寻找更多实际案例进行分析,与其他学科老师关于技术细节进行研究和讨论。

**对策:**开发“代数概念认知地图”可视化工具,建立“高校—企业—科研院所”协同育人基地,引入行业导师参与课程设计。

### 4 结论与展望

高等代数课程的改革实践表明,通过“知识传授—思维训练—创新实践”的立体化设计,可有效激活基础课程的育人潜能。未来需进一步深化三方面探索:

**课程思政融合:**挖掘代数发展中的科学精神(如诺特对抽象代数的革命性贡献),培养学生的学术志趣与家国情怀。

**智能化教学工具:**利用AI辅助分析学生思维轨迹,实现个性化学习路径推荐。

**国际课程共建:**与海外高校联合开发双语代数课程,培养具有全球视野的拔尖人才。

高等代数课程的价值不仅在于知识传承,更在于为学生打开一扇通往科学创新的思维之门。通过持续优化课程体系,其将

在拔尖创新人才培养中发挥更深远的作用。

#### [基金项目]

武汉工程大学本科教学研究项目(编号: X2024028)。

#### [参考文献]

[1] 洪军.构建新时代拔尖创新人才自主培养体系的思考与探索[J].中国高等教育,2024(7):24-27.

[2] 教育部.关于在部分高校开展基础学科招生改革试点工作的意见:教学〔2020〕1号[A/OL].(2020-01-13)[2023-09-22].[https://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2020/01/15/content\\_5469328.htm](https://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2020/01/15/content_5469328.htm).

[3] 黎勇.高等代数课程教学改革的思考[J].教育与职业,2010,658(18):140-141.

[4] 王萼芳,石生明.《高等代数(第五版)》,高等教育出版社,2019.

[5] 丘维声.《高等代数(第二版)》,清华大学出版社,2019.

[6] 赵东红,魏海瑞,刘宇.高等代数应用案例及其教学实践[J].大学数学,2024,40(6):26-34.

[7] 薛小维.例谈线性代数课堂教学中学生科研能力的培养[J].教育现代化,2019,(78):187-189.

[8] 李金蒋.科研视角中数论教学的架构与思考[J].科学咨询,2023,(04):29-31.

[9] 杨仕椿,蒋自国.科研反哺教学的创新型教学团队建设探索[J].阿坝师范学院学报,2021,38(3):115-120.

[10] 刘诚,季振义,邓兰梅.核心素养导向下“线性代数”问题驱动教学探索与实践[J].教育教学论坛,2024,(32):98-101.

[11] 吴金艳.基于问题驱动的线性代数教学实践研究[J].科教导刊,2025,(17):76-78.

[12] 郭爱丽,王彩卓.数智化时代下线性代数一流课程建设路径探索[J].贵州工程应用技术学院学报,2025,43(3):128-135.

[13] 安润玲.高等代数课程研究性教学的改革与实践[J].高师理科学刊,2021,41(6):75-77.

[14] 俞佳君,袁尚会,黄知荣,等.基于OBE的课程考核与评价体系的设计与实践[J].湖北科技学院学报,2022,42(4):127-134.

[15] 孔祥强.基于OBE理念的大学数学课程多元考核评价体系构建——以“高等代数方法”课程为例[J].西部素质教育,2025,11(5):37-40.

#### 作者简介:

张杰萌(1988--),女,汉族,河南省巩义市人,博士研究生,武汉工程大学,副教授,研究方向:自动机序列组合数论性质研究。