

电气工程及其自动化《复变函数》课程教学方法探索

吕勇

苏州大学机电工程学院

DOI:10.12238/mef.v3i7.2594

[摘要] 对于我校机电学院的电气工程及其自动化专业而言,《复变函数》是一门非常重要的必修课,也是《高等数学》的后续课程。我们要正确理解和掌握复变函数中的数学概念和方法,作者在实际的教学过程中不断总结,将实数与复数进行类比,并通过典型案例进行剖析,从而帮助学生能够更好地理解其理论,逐步培养利用这些概念和方法解决实际问题的能力。

[关键词] 复变函数; 高等数学; 专业认证

中图分类号: F407.67 **文献标识码:** A

Exploration on the Teaching Method of the Course Complex Function in Electrical Engineering and Automation

Yong Lv

School of Mechanical and Electrical Engineering, Soochow University

[Abstract] For the electrical engineering and automation majors of the school of mechanical and electrical engineering in our university, Complex Function is a very important compulsory course, and it is also a follow-up course of Advanced Mathematics. We must correctly understand and master the mathematical concepts and methods in complex variable functions. The author constantly summarizes in the actual teaching process, compares real numbers with complex numbers, and analyzes them through typical cases, so as to help students better understand their theories, and gradually cultivate the ability to use these concepts and methods to solve practical problems.

[Key words] complex function; advanced mathematics; specialized certification

1 引言

随着社会的不断发展,信息技术及其应用在全球迅猛发展。为了和世界接轨和同步,我国于2006年启动了工程教育认证试点。经过十年的不懈努力,于2016年正式加入国际工程教育《华盛顿协议》组织,标志着工程教育质量认证体系实现了国际实质等效,工程专业质量标准达到国际认可,成为我国高等教育的一项重大突破。我校机电学院的电气工程及其自动化专业经过不懈的努力,已顺利通过中国工程教育专业认证,同时也是教育部卓越工程师教育培养计划专业、江苏省一流本科专业以及苏州大学一流本科专业。在此基础上,围绕“应用型人才和创新性人才”培养的需要,基于本人在高等数

学以及复变函数多年教学的基础上,我们对该课程提出相应的改进措施,提高学生利用复变函数概率和方法解决实际问题的能力。

由于教学课时的限制,现阶段很多学校只能学习复变函数的基础知识,应用方面学的很少,而这一块恰恰是自动化类专业学生在后续课程中所涉及的部分。如何将数学课程与专业课程的联系更紧密,让学生学的更有针对性是我们值得探讨的问题,主要表现为以下几点:第一、通过教学改革构建符合专业人才培养目标的课程体系;第二、通过该课程的改革更好的提高教学质量,更好的为专业服务;第三、培养符合当前新工科建设下的复合型人才。

2 课程的特点

在我们已经学过的《高等数学》课程中,研究的主要对象是实变函数。理论的探讨和生产实践的发展,又提出了对复变数的研究,而研究复变数之间的相互依赖关系,就是这门课程的主要任务。首先该课程的理论性很强,内容抽象、知识之间连贯性强。虽然很多知识点与《高等数学》中所学的类似,但是又不完全相同。比如复变函数的极限比实变函数极限定义的要求苛刻的多,因此我们不能把高等数学中的知识生搬硬套,要结合复数的特点灵活掌握。其次该课程具有很强的实用性,很多知识点都有其几何背景和实际应用背景,特别是工程应用方面。比如用复变函数表示平面向量场以及静电场的复势。最后该课程和专业课的联系十分密切,比如在

《自动控制原理》中求拉氏反变换中所涉及的留数定理,在《电路原理》中的正弦稳态电流分析中,将复杂的三角函数方程利用欧拉公式转化为复平面内求解(相量法)。与高等数学进行相比,复变函数的知识体系十分连贯,复变函数中积分与解析的特殊关系导致柯西-古萨基本定理成立,从而推得柯西积分公式,从柯西积分公式出发,可以证明泰勒级数和洛朗级数的存在性,由洛朗展开可以得到非常重要的留数定理,这也是我们教学中值得注意的一条知识主线。

3 教学典型案例解析

3.1 初等函数的比较

在高等数学里,典型的初等函数有指数函数、对数函数、幂函数以及三角函数等,我们将其进一步拓展到复变函数领域。我们要求学生既要指出相同之处,更要找到不同之处,并具体分析产生分歧的原因。对于一些难以理解的知识,我们通过一些具体的实例辅助分析,让理论和实践相互融合、相互促进。

首先我们来看看幂函数,实幂函数的定义是 $y = x^a$, 其中 $x, a, y \in \mathbb{R}$, 并且其导数为 $(x^a)' = ax^{a-1}$, 例如 $y = x^3$, 我们有 $y' = 3x^2$ 。在复数领域中,我们的复幂函数为 $w = z^a$, 其中 $z = x + yi \in \mathbb{C}, a \in \mathbb{C}$, 仍然有 $(z^a)' = az^{a-1}$, 同时在 z 平面上处处解析。例如 $w = (5 + 4i)^3$ 的导数为 $w' = 3(5 + 4i)^2$ 。从这个例子中我们发现二者定义基本相同,导数公式也完全类似。

其次我们引入区别较大的对数函数,实对数函数的定义为: $y = \ln x, x > 0$, 而且 $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ 。而相应的复对数函数的定

义为 $w = \text{Ln}z, z = x + yi \in \mathbb{C}$, 由于求解过程中的 $\text{Arg}z$ 为多值函数,从而此时的复对数函数变成一个多值函数,因此不解析,也不可导,具体展开形式为 $\text{Ln}z = \ln|z| + i\text{Aarg}z = \ln|z| + i\text{arg}z + 2k\pi i$, 其中 $k = \pm 1, \pm 2, \dots$ 。两者不管从定义还是形式上差别都很大,实对数函数在其定义域可导,而复对数函数在复平面上不可导,但扩充

了数域的范围,一些在实数领域没有意义的函数在复平面上可以求解,比如典型的 $\text{Ln}(-2) = \ln 2 + i\text{Arg}(-2) = \ln 2 + (2k+1)\pi i$, 充分体现了学习复初等函数的意义所在。

3.2 复变函数在专业课中的具体应用

在《自动控制原理》这门课程中我们经常会谈拉氏反变换,而拉氏反变换的第一步往往是因式分解,因式分解的过程中又涉及到系数的确定,而确定系数最常用的方法就是《复变函数》中的留数法。在复变函数中,留数的计算规则共有三个,我们根据具体的应用加以灵活运用。我们举一个具体的例子来说明留数的具体应用,已知 $F(s) = \frac{s+5}{s^2+4s+3}$, 求其拉氏反变换。

首先将 $F(s)$ 进行因式分解,我们可以得到如下公式:

$$F(s) = \frac{s+5}{(s+3)(s+1)} = \frac{C_1}{s+3} + \frac{C_2}{s+1} \quad (1)$$

我们很容易判断 $s = -3$ 和 $s = -1$ 是一级极点,因此采用留数的计算规则 I 进行求解,具体过程如下:

$$C_1 = \lim_{s \rightarrow -3} (s+3)F(s) = \lim_{s \rightarrow -3} \frac{s+5}{s+1} = -1 \quad (2)$$

$$C_2 = \lim_{s \rightarrow -1} (s+1)F(s) = \lim_{s \rightarrow -1} \frac{s+5}{s+3} = 2 \quad (3)$$

除此之外,我们还可以使用解系数方程的方法进行求解,在此列出作为对比,具体过程如下:

$$F(s) = \frac{s+5}{(s+3)(s+1)} = \frac{C_1}{s+3} + \frac{C_2}{s+1} = \frac{(C_1+C_2)s + C_1+3C_2}{(s+3)(s+1)} \quad (4)$$

进一步得到系数方程:

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 1 \\ C_1 + 3C_2 = 5 \end{cases} \quad (5)$$

最终可以得到 $C_1 = -1, C_2 = 2$ 。

当待定系数较少时,两种方法都可取,当待定系数变多时,留数法的优势将体现出来,我们不必去求解包含多个未知数的多个方程组。由于这里我们主要是将复变函数与专业课进行结合,因此最终的拉氏反变换结果这里不再列出。

通过上面的例子我们在授课过程中一方面要注意知识的连贯性,将高等数

学与复变函数可以进行对比,求同存异,另一方面我们要讲复变函数与专业课进行有效的结合,专业课对该课程的内容需要更直接,针对性更强,要体现“以应用为目的,以必须够用为度”的原则,体现“联系实际,深化概念、注重应用”的特色。

4 结束语

通过以上的教学方法探索,学生的学习兴趣得到进一步加强,善于发现问题并解决问题,并且对专业课的学习有一定的促进作用。通过对复变函数的学习,可以培养学生的逻辑思维能力和分析计算能力,并将其应用于解决专业领域的复杂工程问题。我们要与时俱进,探索更多的有利于学生学习的方法,努力提高课程的教学质量和学生的学习效果,为社会提供所需要的应用型人才和创新型人才。

基金项目:

教育部卓越工程师计划项目:电气工程及其自动化;江苏省一流本科专业项目:电气工程及其自动化;苏州大学一流本科专业项目:电气工程及其自动化。

[参考文献]

- [1] 韩晓燕,张彦通,王伟. 高等工程教育专业认证研究综述[J]. 高等工程教育研究, 2006(6): 6-10.
- [2] 西安交通大学高等数学教研室. 复变函数[M]. 高等教育出版社, 1978.
- [3] 同济大学数学系. 高等数学[M]. 高等教育出版社, 2001.
- [4] 王新利. 复变函数与积分变换课程教学模式的改革探讨[J]. 上海理工大学学报(社会科学版), 2018, 40(3): 271-273.
- [5] 王树新. 高职数学教学改革的探讨[J]. 现代经济信息, 2009(24): 24.
- [6] 于莉莉,张磊,孟凡波. 新工科背景下高校创新人才能力培养研究[J]. 科技创业月刊, 2018(1): 87-89.

作者简介:

吕勇(1983--),男,汉族,江苏泰州人,讲师,硕士,研究方向:自动化技术、计算机视觉等。